Jacob Friedrich Malers

weil. Hochfürstl. Markgräfl. Baden-Durlachischen Kirchenraths
und Rectors

Geometrie
und
Markscheidekunst,

durchgesehen, verbessert, vermehrt, und mit einer
neuen Vorrede begleitet

von

Abraham Gotthelf Kästner

Königl. Großbritannischem Hofrath, und Professorn der Physik
und Mathematik zu Göttingen.

Mit 9 Kupfertafeln.

Carlsruhe,
gedruckt und verlegt von Michael Maklot
Hochfürstl. Markgräfl. Baden-Durl. Hofbuchhändler,
1767.

Vorbericht

von der Art die Geometrie zu lehren.

§. 1.

Nachdem ich vor kurzem einen Unterricht zum Rechnen für die Schulen dem Drucke überlassen: so erscheinet jetzt zu gleichem Zwecke eine Anweisung zur Geometrie, darinnen ich sonderlich alle in der Praxi nöthige Vortheile anzubringen bedacht war. Es mangelt zwar an dergleichen Büchern nicht, allein sie sind meistens zu kostbar, und auf kostbare Instrumenten gerichtet, daß sie diejenigen nicht anschaffen können, denen ich gegenwärtige Schrift gewidmet. Viele neue Wahrheiten darf man eben hierin nicht suchen: denn meine Absicht gieng nur dahin, die

schon erfundene der Jugend zum gemeinen Nutzen bekannt zu machen, und durch gezeigte practische Vortheile Anleitung zu geben, wie sie in allerley in dem gemeinen Leben vorkommenden Fällen zu gebrauchen seyn.

§. 2.

Dieser Vorbericht ist dazu bestimmet, um zu zeigen, wie die Geometrie der Jugend, sonderlich in den Landschulen, auf eine leichte Art beyzubringen. In dieser Absicht werden wohl die Lehrlinge in drey Classen abzutheilen seyn; indem einige nur das blosse Feldmessen, das ist, ein Feld aufzutragen, auszumessen und zu theilen lernen wollen; andere verlangen auch zu wissen, wie regulaire Figuren gezeichnet werden, wie Linien zu messen, zu denen man nicht kommen kann, und wie man Körper berechnen müsse; und endlich werden einige begierig seyn, nicht nur alles, was in der Geometrie brauchbar ist, zu wissen, sondern auch die Gründe davon einzusehen; alle aber müssen, ehe sie die Geometrie anfangen können, eine ziemliche Fertigkeit in den Species und Regel de Tri aus der Rechenkunst haben. Die erste Classe wird also einen grossen Theil dieses

Werk-

Werkleins übergehen können, und ich habe ihnen die Kapitel oder §§phos, die sie übergehen können, mit * oder ** bezeichnet, was aber die zweyte auszulassen haben, ist mit ** bemerket.

§. 3.

Mit der ersten Classe gehet man die ersten funfzehen §§phos, nebst dem §pho 22 durch, da ihnen die nöthige Wörter erkläret, und so deutlich gemacht werden, daß sie auf alle Fragen, wie diese oder jene Linie, diese oder jene Figur heisse? ohne Anstoß antworten können. Dieses geschiehet, wenn man ihnen anfänglich die Figuren in den Kupferplatten weiset, die Stelle, die in dem Buche dazu gehöret, lesen lässet, und sodann fragt, wie sie heisse? darnach solche Figuren auf die Tafel, die in der Schule aufgehänget ist, zeichnet, und bald fraget, wie diese oder jene Figur, auf die man mit dem Liniale deutet, heisse, bald aber, sie sollen unter denen vielen auf die Tafel gezeichneten Figuren, diejenige zeigen, die Quadrat, Rectangulum, Triangel ꝛc. heisse; wobey man auch fragen kann, woran sie es kennen,

daß es diese oder jene Figur sey? damit aber die Figuren auf die Tafel gezeichnet werden können, muß der Lehrer nebst einem Liniale einen hölzernen Cirkel haben, der in jeder Eröffnung fest geschraubt, und in dessen einen Fuß Kreide gesteckt werden kann.

§. 4.

Sind ihnen die Wörter genugsam bekannt, so erklärt man ihnen nach dem zweyten Kapitel die Eintheilung der Ruthen in Schuhe und Zolle ꝛc. Man kann ihnen zeigen, wie man anfänglich die Weiten so gemessen, daß man im Gehen Fuß für Fuß gesetzt, wie die Knaben beym Spielen noch thun; da es aber in grösseren Weiten etwas zu langsam hergieng, haben einige 12, andere 16 Füsse oder Schuhe an eine Stange gezeichnet, woraus die Ruthen entstanden; und da man wahrgenommen, daß ohngefähr 12 Daumen breit auf die Länge eines Fusses gehen, habe man daher die Zolle genommen; und endlich, daß die Handwerksleute mit der Eintheilung des Zolles in halbe und Viertelszolle zufrieden seyn; andere aber haben den Zoll in 12 Gran getheilet,

getheilet, weilen auf einen Daumen breit ohngefähr zwölf Fruchtkörner gehen, ein Korn aber heisse im Lateinischen ein Granum. Vornehmlich aber muß ihnen gezeiget werden, wie viel Beschwerlichkeit die gemeine Eintheilung der Ruthe in 12 oder 16 Schuhen, des Schuhes in 12 Zolle ꝛc. habe, und wie die Geometrå um deswillen jede Ruthe in 10 Schuhe, und jeden Schuh in 10 Zolle ꝛc. getheilet. Diese Beschwerlichkeit wird ihnen gezeiget, wenn man sie die Ruthen in Schuhe, die Schuhe in Zolle ꝛc. verwandeln läßt; so werden sie selber sehen, was für einen Vorzug das Decimalmaas für den gemeinen Mann habe. Dabey kann man ihnen zum voraus sagen, daß sie noch viel mehr Schwierigkeiten bey dem Ausrechnen der Felder nach dem gemeinen Maasse finden werden. Den Begriff davon recht beyzubringen, wird es gut seyn, wenn sie in Verwandlung des einen in das andere Maas durch viele Exempel nach §. 26 und 27 fleißig geübet werden.

§. 5.

Aus dem dritten Kapitel haben sie nichts nöthig, als eine Erkenntniß vom Cirkel, verjüngten Maasstabe, welcher erklärt ist, Winkelmaas, Meßstangen, Stäbe und

 Scheib-

Scheiblein oder Kreuze, welche §. 32, 33, 35, 39, 40, 42 deutlich genug erkläret sind. Nur ist nöthig, daß man ihnen solche zeige, von Theil zu Theil erkläre, und dabey Anleitung gebe, wie sie entweder diese Instrumenten selber verfertigen, oder den Handwerksleuten angeben sollen.

§. 6.

Hierauf erklärt man ihnen aus dem 5, 6 und 7 Kapitel, wie verschiedene Linien zu ziehen, zu messen und zu theilen seyn; doch nur die §. 57, 58, 59, 61, 69, 70, 84 und 86 stehen, und zwar erstlich auf dem Papier oder an der Tafel, und dann erst, wenn sie eine Fertigkeit erlanget haben auf dem Felde. Beydes geschiehet am füglichsten, wenn man ihnen das vorgegebene etlichemal vormacht, und sie es hernach selbst nachmachen läßt, bis sie es ohne Fehler, und ohne, daß man ihnen helfen darf, selber machen können.

§. 7.

Das achte Kapitel ist eines der wichtigsten; und wenn sie dieses wohl verstehen, wird ihnen das übrige viel leichter, und muß deswegen umständlich durchgegangen werden.

Vor

Vor allen Dingen muß der Unterschied einer Längenruthe, Schuh, Zoll, ꝛc. und Flächenruthe, Schuh, Zoll ꝛc. deutlich gemacht werden. Man ziehet nämlich auf die Tafel eine Linie, die einen Schuh lang ist, und darneben eine von einem Zolle, und zeiget durch den Cirkel, wie diese nach dem Decimalmaasse zehnmal in jener enthalten, und Längenschuhe und Längenzolle heissen. Hernach beschreibet man auch ein Quadrat, das einen Schuh lang und breit ist, und darneben ein Quadrat von einem Zolle, und sagt: diese heissen Quadratschuhe und Quadratzolle. Darauf fragt man, wie viel von diesen Quadratzollen auf einen Quadratschuh gehen? Kommt die Antwort ungeschickt, so theile man jede Seite des Quadratschuhes in Zolle, und ziehe die einander durchkreuzende Linien, daß es Zolle giebt; so wird der Schüler bald sehen, daß 100 □Zolle auf einen □Schuh gehen. Auf diese Art zeiget man auch, daß der Schuh 144 gemeine □Zolle habe, und wird eben so erkälrt, wie es mit den Ruthen, Granen ꝛc. beschaffen. Haben sie dieses recht begriffen; so werden sie das übrige in diesem Kapitel, wenn es mit vielen Exempeln erklärt wird, bald fassen. Nur wird es mit dem March- oder Riemenmaas

§. 96 Schwierigkeiten geben. Die Anfänger haben genug, wenn sie nur einen deutlichen Begriff von diesem Riemenmaasse haben, und das Decimalquadratmaas darein verwandeln können. Ersteres geschiehet, wenn man ein etwas grosses Quadrat auf die Tafel zeichnet, und lässet es eine Ruthe gelten, theilet sodann zwey einander gegenüberstehende Seiten in 12 Theile oder Schuhe, und ziehet Querlinien, die die Ruthe in 12 Riemen theilen; so kann man ihnen zeigen, daß ein solcher Rieme ein Riemenschuh oder gemeiner Marchschuh seye. Theilet man einen solchen Riemenschuh der Breite nach wieder in 12 Theile; so wird der Schüler daraus leicht einsehen, was ein Riemenzoll seye, und so weiter, und daraus das Täfelein, wie sich Quadratdecimalmaas gegen Marchmaas verhalte, verstehen. Verstehen sie dieses Täfelein; so werden sie auch, wenn ihnen nur ein wenig Anleitung gegeben wird, jenes in dieses verwandeln können.

§. 8.

Das neunte Kapitel übergehet man das erstemal ganz, und schreitet gleich zu dem zehnten; nimmt aber nur §. 106, 108,

108, 109, 110, 111, 116, 117, 118, 121 durch, welche, wie ich glaube, so deutlich vorgetragen sind, daß ich nichts hinzuzusetzen weiß, ausser, daß man mit den Schülern nicht eher auf das Feld gehen solle, als bis sie sich eine genugsame Fertigkeit in den Aufgaben auf dem Papier erworben haben.

§. 9.

Das eilfte Kapitel muß ganz durchgegangen werden, ausser §. 128, 129, 130, 131, 132. Wobey weiter nichts zu erinnern ist, als daß die Schüler fleißig, und mit sehr vielen Exempeln zu üben seyn. Dieses geschiehet auf diese Art: man zeichnet die Figuren eine nach der andern auf die Tafel, macht darneben einen Maasstab, misset nach demselben die nach der Vorschrift nöthige Linien, und multiplicirt sie, wie es die Regel erfordert. Wenn dieses geschehen ist, zeichnet man den Schülern auf ihr dazu zusammengestochenes Buch eben dergleichen Figuren mit dem Maasstabe, oder läßt sie solche selber zeichnen, daß sie, was sie an der Tafel gesehen, nachmachen können, welches anfänglich in Gegenwart des Lehrers geschehen kann, darnach aber

wer-

werden dergleichen Figuren mit nach Hause gegeben zum Ausrechnen. Dabey aber muß man Acht haben, daß sie allemal einerley Sorten des Maasses haben, nämlich: Ruthen, Schuhe ꝛc. Sind sie durch alle Figuren auf dem Papier genug geübt; so kann man sie aufs Feld führen nach §. 127.

§. 10.

Den Anfängern wird wohl nichts schwerer vorkommen, als das zwölfte Kapitel vom theilen, welches ihnen aber nach und nach durch viele Uebung erleichtert wird; da man sie einen Triangel von verlangter Grösse so oft abschneiden läßt, bis sie eine rechte Fertigkeit haben. Sind sie darinn geübt; so werden sie das andere leicht lernen. Es müssen aber so viele und so mancherley Exempel vorgemacht, und zu machen vorgegeben werden, als Fälle vorkommen können, und solche vielfältig in Absicht der Grösse verändert werden. Ueber das gilt auch hier, daß man zuerst die Uebung auf dem Papier mache, ehe man an das Feld gehet. Und wenn sie dieses gelernet; so haben sie zum gemeinen Feldmessen genug.

§. 11.

§. 11.

Die zwote Classe, so weiter gehen soll, muß zuerst das bisher gemeldte durchgegangen haben; hernach aber fangt man wieder von vornen an, nimmt alles auf eben diese Art mit wie erst gemeldet worden, und läßt nur aus das 4, 9, 14, 17, 18 und 19 Kapitel, nebst den §. 129, 130, 131, 132, 146, 147, 175, 176, 177, 179 aus. Ich halte aber für überflüßig, durch fernere Erläuterung fast eben das zu wiederholen, was bisher ist gesagt worden. Das meiste kommt doch auf weiter nichts an, als daß man den Schülern von allem einen deutlichen Begrif beybringe, und sie so lange auf dem Papier, und hernach auf dem Felde übe, bis sie eine hinreichende Fertigkeit erlangt haben.

§. 12.

Endlich gehen diejenigen, so von allem den Grund einsehen, und alles, so aus der Geometrie zu brauchen ist, lernen wollen, das ganze Büchlein durch. Wobey nur dieses hauptsächlich zu beobachten ist, daß der Lehrer nicht nur die

Grund-

Grund- und Lehrsätze deutlich erkläre, und den Grund zeige, warum sie wahr seyn; sondern auch bey jeder Aufgabe die Schüler auf die Sätze führe, aus welchen sie hergeleitet worden. Wir wollen die Sache mit einem Exempel §. 103 durch Frag und Antwort erläutern. L. soll Lehrer, und S. Schüler seyn. L. Lies den §. her. S. Die Fläche des Cirkels ꝛc. L. Was will dieser § sagen? S. Wenn ich einen Triangel machte, dessen Grundlinie so viel Ruthen, Schuhe, Zolle ꝛc. hätte, als der Umkreis eines Cirkels (Tab. V. Fig. 102), und dessen Höhe wäre so groß, als der Radius c a, so wäre er eben so groß, als der Cirkel. L. Was heißt das, eben so groß? S. Es heißt: er würde eben so viel Quadratruthen, Quadratschuhe ꝛc. in sich halten, als der Cirkel. Oder wenn ich ein Feld hätte, so groß, als der Cirkel, und eines so groß, als der gemeldete Triangel; so würde ich auf den Triangel eben so viel Saamen brauchen, als auf den Cirkel. L. Wie kannst du mir beweisen, daß dieses wahr sey? S. Ich will den ganzen Umkreis des Cirkels in etliche gleiche Theile theilen, und jeden dieser Theile halbiren, und die Hälfte wieder halbiren, und mit diesem Halbiren so lang fortfahren, bis endlich die

Theile so klein worden, daß man sie ohne Fehler für gerade Linien halten kann, wie a b, und aus a und b zum Centro Linien ziehen, daß ich das Triångelein a c b bekomme. L. Was nutzt dir dieses Triångelein? S. Ich weiß, daß der Cirkel so viel dergleichen Triångelein enthält, als dergleichen kleine Linien ba in dem ganzen Umkreis enthalten sind, oder der Cirkel ist um so vielmal grösser, als dieses Triångelein, um wie vielmal der ganze Umkreis grösser ist, als die Linie a b. L. Du hast recht, was folgt aber daraus? S. Ich will dieses Triångelein besonders aufzeichnen, und ab soll seine Grundlinie seyn. Neben diesem will ich eine Linie ziehen, darauf die kleine Linie ab so vielmal tragen, als sie in dem Umkreise enthalten ist, und auf diese Linie als eine Grundlinie, will ich einen Triangel setzen, in der Höhe, als das kleine acb ist. L. Was hast du darnach? S. Diese zwey Triangel werden sich zu einander verhalten, wie ihre Grundlinien. L. Was heißt das? S. Der grössere wird um so vielmal grösser seyn, als der kleine, so vielmal seine Grundlinie grösser ist. L. Woher weißt du das? S. Aus dem Zusatz bey dem §. 100. L. Was hilft

dieses?

dieses? S. Daß ein gemachter grosser Triangel so groß sey, als der Cirkel. L. Wie beweisest du das? S. Der grosse Triangel ist um so vielmal grösser, als der kleine, um so vielmal der Cirkel grösser ist, als der kleine: dann seine Grundlinie ist dem Umkreise gleich, und der Cirkel verhält sich zum kleinen Triangel, wie sein Umkreis zu ab, und eben so verhält sich auch der grosse Triangel. L. Wie lernest du jetzt aus diesem den Cirkel ausrechnen? S. Wenn ich den gemachten grossen Triangel ausrechne; so habe ich eben so viel, als wenn ich den Cirkel ausgerechnet hätte. Ich multiplicire aber die Grundlinie mit der halben Höhe §. 125. Hier ist die Grundlinie die Peripherie, und die Höhe der Radius; also multiplicire ich die Peripherie mit dem halben Radio, oder dem vierten Theil des Diameters, wie mich §. 128 lehret. Und auf diese Art muß man überall zu Werke gehen; wir wollen es aber bey diesem Exempel bewenden lassen. Was die in dem Büchlein angeführte Beweise selber betrifft, so sind sie nach dem Begrif dererjenigen eingerichtet, die eben nicht als Gelehrte, in der Welt erscheinen wollen, um deswillen sind auch die Beweise an eini=

einigen Orten gar weggelassen worden, wo zu vermuthen war, daß sie zu schwer seyn würden.

§. 13.

Es giebt Köpfe, die gleich das erstemal alles begreifen, und diese dörfen ihren Weg in Erlernung der Geometrie nicht dreymal gehen; sondern man nimmt mit ihnen gleich alles mit, und zeiget ihnen alle Beweise. Auch wird es gut seyn, wann der Lehrer ihnen diejenigen hinzuthut, die in dem Buche um deswillen weggelassen worden, weil sie zu schwer geschienen: dann diese Köpfe sind zu was mehrerem gebohren, und schicken sich entweder zum Studiren, oder der in dem gemeinen Wesen so nöthigen Mechanik.

§. 14.

Die zwey letzten Kapitel werden die Schüler entbehren können; sie sind aber um ihres vielfältigen Nutzens willen, und auf Verlangen vornehmer Freunde und Gönner hinzugethan worden. Was nun die Art des Wasserwägens,

oder wie man es sonsten nennt, des Nivellirens, betrifft; so braucht es bey einem Anfänger, der es lernen will, weiter nichts, als daß man ihm deutlich zeige, was es seye, und wozu es gebraucht werde; so wird er, wenn er die Geometrie nur ein wenig eingesehen, sich gar wohl darein finden können. Man darf ihn dahero gleich zur Praxi führen, und den Fall von zwey Orten abwägen lassen, dabey aber ein und andere Handgriffe weisen; so wird er sich gar bald selber helfen können.

§. 15.

Das letzte Kapitel vom Markscheiden kommt nirgends vor, als in Berwerken, und erfordert schon eine ziemliche Stärke in der Geometrie. Wer sich also daran machen will, muß das vorhergehende sich zuvor wohl bekannt gemacht, und die Grubengebäude öfters befahren haben, damit er sich einen deutlichen Begrif von allem, so vorkommt, machen könne. Auch ist nöthig, daß er eine Weile mit Bergleuten Umgang gehabt habe, damit er ihre Sprache lerne, weil sie fast ein jedes Ding anders

benen-

benennen, als man sie sonsten nennet; denn ohne Kenntniß dieser Wörter wird er sich nicht wohl in die Sache schicken können. Hat nun einer dieses in Acht genommen; so wird es ihme nicht schwer werden, alles, was von einem Markscheider erfordert wird, zu leisten, davon man meistens Geheimnisse zu machen pflegt.

§. 16.

Dieses ist nun alles, was ich zum voraus zu erinnern, für nöthig erachtet. Ein getreuer Lehrer, der die Sache selber wohl versteht, und dem es daran gelegen, wird bey dem Unterricht und bemerkter unendlicher Verschiedenheit der Köpfe noch viele Vortheile finden, wie diese in dem gemeinen Leben so höchst nützliche Wissenschaft seinen Schülern beyzubringen sey. Nur eines soll ich nicht unberührt lassen, daß es oft mehr Mühe macht den Kindern, sonderlich auf dem Land, eine Lust beyzubringen, die Geometrie zu lernen, als sie darinn zu unterrichten. Zu dem Ende wird es sehr gut seyn, ihnen, so bald es seyn kann,

zu zeigen, wie dieses und jenes aus der Geometrie bey allerley Fällen im gemeinen Leben zu benutzen sey, und wie man oft zu schaden kommen könne, wenn man gar keine Erkenntniß davon habe, z. E. bey Ausmessung und Theilung der Felder, beym Bauen und Ausrechnung der Mauern ꝛc. davon in dem Buche selber hin und wieder Anleitung gegeben worden. Der HERR gebe, daß auch diese Bemühung nicht ohne Segen sey!

Vor-

Vorbericht zur zweyten Ausgabe.

Die Absicht gegenwärtigen Buches ist, jungen Leuten die unentbehrlichsten geometrischen Kenntnisse beyzubringen, und sie zu einem mannigfaltigen Gebrauche derselben anzuführen. Daß es hiezu sehr wohleingerichtet sey, habe ich von ihm, so bald es mir bekannt worden, geurtheilet. Der Herr Verleger hat gewünscht, bey gegenwärtiger Ausgabe Verbesserungen von mir zu erhalten, wobey er mir völlige Freyheit zu ändern gelassen, nur daß die Kupfer, wie sie bey der erstern Ausgabe gewesen, wieder zu gebrauchen wären. Man begreift leicht, daß diese letzte Bedingung sehr wichtige Aenderungen zu machen, würde gehindert haben; die mir aber zum Glücke, unnöthig schienen. Der Jugend geometrische Lehren auf eine sinnliche Art begreiflich zu machen, ehe man ihr gründliche Beweise davon vorträgt, haben Philosophen, die sonst den größten Werth der Geometrie in der Schärfung des Verstandes setzen, Tschirnhausen und

 Wolf,

Wolf, gestattet. Daher sehe ich hier den Mangel der Beweise, und eine gar nicht euclidische Ordnung für keine Fehler an. Der Verfasser hat auch wohl gethan, sich nur auf solche theoretische Sätze einzuschränken, deren Anwendung er sogleich zeigen konnte, und vielleicht hätte er von denen, die er beybringt, noch einige weglassen können, z. E. die ganz überflüßige Künsteley des 85 §. statt deren, und der ersten Auflösung des 86 §. bekannte und brauchbare Arten, Linien in gleiche Theile, oder nach gegebenem Verhältnisse zu theilen, hätte können gesetzt werden.

Ich sahe also keine Ursache, in des Verfassers Vortrage grosse Aenderungen vorzunehmen; dergleichen wären mir auch deswegen bedenklich gewesen, weil vermuthlich unterschiedene Lehrer und Lernende schon an dieses Buch gewöhnt sind. Ich habe mich also darauf eingeschränkt, einiges beyzufügen, das mir, selbst nach des Verfassers Absicht, nothwendig schiene. So habe ich in dem 52 §. die Sätze von den ähnlichen Dreyecken vollständig erzählt; mich aber freylich dabey auf Figuren beziehen müssen, bey denen man die Aehnlichkeit der Dreyecke in Gedanken ergänzen muß; denn in der ersten Ausgabe war diese wichtige Lehre ganz undeutlich, nicht abgehandelt, sondern nur angezeigt. Von der Quadratur des Kreises schiene es mir nöthig, im 56 und 128 §. zulängliche Nachricht zu geben, weil die Stümper, die noch immer diese Erfindung zu machen, glauben,

ben, höchstens so viel von weitem gehört haben, daß man die Quadratur des Kreises nicht völlig genau weiß. Aus meinen nur angeführten Erinnerungen können sie lernen, daß ihre Bemühung, den Lohn nicht verdient, den manche wohl gar in der Einbildung eines darauf gesetzten Preisses, erwarten: Gegentheils hat nur mir eine Menge solcher angeblicher Quadraturen, die ich habe beurtheilen müssen, so viel Zeit verderbt, daß ich gewünscht habe, es stünde eine Strafe darauf, wenn sich einer an die Quadratur des Kreises wagt, der nicht schon Proben seiner Einsicht in die Analysis gegeben hat — und wer dergleichen Einsicht hat, der wird zu klug seyn, sich damit zu beschäfftigen.

Auch bey unterschiedenen unmittelbar practischen Stellen haben mir Zusätze nöthig geschienen; dergleichen sind 174 §. die Anzeige einer ganz falschen Art abgekürzte Pyramiden auszurechnen, 196 §. den Durchmesser einer pfündigen Kugel zu finden, Erläuterungen bey der Lehre vom Wasserwägen u. d. g.

Bey der Praxis, welche dieses Buch lehrt, wird man der Billigkeit gemäß, bedenken, daß sie für Anfänger ist, und ihnen Lust machen soll, sich mehr Kenntnisse zu erwerben. Man wird daher die hier beschriebene Werkzeuge nicht tadeln, ob gleich ganz andere zu wichtigern und ernsthaftern Unternehmungen erfordert werden. Hätte ich diese kostbarere und künstlichere, statt derer angepriesen, die der Verfasser empfiehlt; so hätte ich ganz wider seine Absicht gehandelt. Dem Anfänger

der

der lateinischen Sprache ist ein Handlexicon nützlicher, als Gesners Thesaurus; die Uebung mit dem ersten bereitet ihn eben vor, den letzten einmal zu brauchen.

Eine Praxis, die uns in den Stand bringen soll, uns in jedem vorkommenden Falle zu helfen, und überall mit der gehörigen Richtigkeit zu verfahren, setzt nicht wenig, sondern viel Theorie zum voraus; so gar daß die tiefsinnigsten theoretischen Untersuchungen durch practische Fragen sind veranlasset worden. Der Anfänger, dem von wenig theoretischen Sätzen häufige practische Anwendungen gemacht werden, wird bald selbst empfinden, daß er noch mehr Einsichten nöthig hat. Er wird also bemüht seyn, sich in der Wissenschaft vollkommen zu machen, und der Ausübung wegen, Untersuchungen anstellen, die er als unnütze Spitzfündigkeiten würde verachtet haben, wenn man sie ihm vor der Ausübung vorgetragen hätte. Auf diese Art wird gegenwärtiges Buch, nach der Absicht des Verfassers nicht nur allerley Ausübungen der Geometrie zum allergemeinsten Gebrauche lehren, sondern auch selbst zu tiefern Einsichten vorbereiten und Neigung erwecken. Göttingen im December 1766.

Abraham Gotthelf Kästner,

Kön. Großbr. Hofrath und Professor der Physik und Mathematik.

Erstes

Erstes Kapitel

von denen Erklärungen derer vorkommenden Wörter.

§. 1.

Die Geometrie ist eine Wissenschaft die Länge, Breite und Dicke der Körper auszumessen. Sie bestehet also aus dreyen Theilen, nämlich

1. Longimetrie, die von den Längen, wenn sie allein betrachtet werden, handelt.

Als wenn man die Länge eines Grabens messen wollte, ohne daß man zu wissen verlangt, wie breit und tief derselbe sey.

2. Planimetrie, die von den Breiten und Längen zugleich, ohne an die Dicke zu gedenken, handelt.

Wenn man wissen will, wie viel Fläche ein Feld hat, so denkt man nicht daran, ob das fruchtbare Erdreich, in welches der Saame kömmt, etliche Ellen oder nur eine

Querhand tief ist. Zwey Felder könnten gleich groß seyn, oder mit gleich viel Saamen besäet werden, wenn auf dem einen nur eine dünne Schicht Erdreich über einem festen Felsenlager auf dem andern das Erdreich, so tief man graben könnte hinunter gienge.

3. Stereometrie, die von der Länge, Breite und Dicke zugleich handelt.

Als man wollte einen Keller graben, und wissen, wie viel Schubkarren Erde auszugraben seyen, da es auf dessen Länge, Breite und Tiefe ankäme.

Es ist hier überhaupt zu merken, daß zwar niemalen weder Länge allein, noch Länge und Breite allein vorkomme; sondern allezeit bey jedem Körper Länge, Breite und Dicke beysammen seyen. Allein theils sind wir nicht allemal im Stand alle drey auf einmal zu betrachten; theils haben wir auch nicht nöthig, überall alles zu wissen, als wenn ich die Höhe eines Thurns messen will, habe ich gar nicht nöthig, an seine Breite und Dicke zu denken, und wenn ich die Grösse eines Feldes wissen will, habe ich nicht nöthig, an die Tiefe zu denken, sondern es ist genug, wenn ich die Länge und Breite weiß. Woraus offenbar, daß man neben der Stereometrie auch die Longimetrie und Planimetrie zu wissen nöthig habe.

§. 2.

Eine Linie oder Strich ist eine Länge ohne Breite und Dicke. Kommt dahero in der Longimetrie vor. (§. 1.)

Es ist zwar kein so scharfes Instrument zu machen, womit ein Strich, der gar keine Breite hätte, gezogen wer-

werden könnte: wir haben aber schon gesehen (§. 1.), daß wir gezwungen sind, die Länge ohne Breite und Dicke zu betrachten. Sollen wir aber auf dem Pappier Linien ziehen: müssen sie so zart, als möglich, gezogen werden; es wäre denn, daß eine vor der anderen, um einen gewissen Unterschied anzuzeigen, etwas stärker gemacht werden möchte. Ueberhaupt sehen wir hieraus, daß alle Höhen, Breiten, Längen und Tiefen, wenn sie allein betrachtet werden, Linien seyen, desgleichen ein jeder Weg, den ein Mensch, Thier oder anderer Körper in seiner Bewegung durchlauft, weil auch da weder an Breite noch Dicke gedacht wird.

§. 3.

Ein **Punct** oder **Düpflein** ist das Zeichen, wo eine Linie anfängt und aufhöret oder getheilet wird; hat also weder Länge noch Breite, noch Dicke, und folglich gar keine Theile.

So wenig eine Linie, die keine Breite hätte, gezogen werden kann (§. 2.), so wenig kann ein so zartes Düpflein gemacht werden, welches weder Länge, noch Breite, noch Dicke hätte. Und gleichwohl sollte es so seyn; damit es weder mit Linien, noch Flächen, noch Körpern verwechselt werde. Ja da eine Linie durch einen Punct in zwey Theile geschnitten wird; müßte durch diesen Punct der Linie etwas abgehen, wenn er irgend eine Grösse hätte, welches aber nicht ist, sondern die zwey Stücke sind noch eben so groß, als die Linie vorher war. Man macht aber die Puncte in der Praxi so zart, als man kann.

§. 4.

Eine Fläche ist dasjenige, so lang und breit ist ohne an die Dicke zu gedenken. Und gehört folglich in

die Planimetrie (§. 1.), die Flächen aber sind entweder eben oder erhaben oder hohl.

Hieher ist also zu zählen der Innhalt eines Feldes, die Grösse der Wände, die man tapezieren, und wissen will, wie viel Tuch erfordert werde; die Fläche einer Kugel, die übergüldet werden soll, und man die dazu nöthige Goldblätlein zu wissen verlangt rc.

§. 5.

Ein Körper ist, der Länge, Breite und Dicke hat. Wird also in der Stereometrie betrachtet.

Hieher gehört, so man zu wissen verlangt, wie viel eine Mauer halte, die man zu mauren verdingen will, wie viel ein auszugrabender Graben Erde habe rc.

§. 6.

Die Linien sind entweder krumme, oder gerade, wie jedermann ohne Erklärung bekannt.

Man muß sich aber hüten, daß man krumm und schief nicht für einerley halte. Besiehe §. 7.

Eine Perpendicularlinie ist, die auf einer andern Linie oder Fläche so stehet, daß sie auf keine Seite mehr hanget, als auf die andere, wie CD auf AB stehet (Tab. I. Fig. 1.) Hanget sie aber mehr auf die eine als die andere, so heißt sie schief, wie KL auf GH (Tab. I. Fig. II.)

§. 8.

Eine Horizontallinie oder Fläche ist diejenige, auf welcher ein Faden, daran etwas schweres hanget, per-

perpendicular stehet. Die Linie aber, die der beschwerte Faden macht, heißt aufrecht, senkrecht oder bleyrecht. Die Flächen, die aufrecht oder senkrecht stehen, werden auch Verticalflächen genennet.

So ist die Fläche des stehenden Wassers horizontal. Und mit der bekannten Bleywage wird eine Linie oder Fläche horizontal gestellt. Dahero auch die Handwerksleute von einer Horizontalfläche sagen, sie liege im Bley.

§. 9.

Parallellinien sind, die überall einerley Weite von einander haben; sie mögen nun grade oder krumme seyn.

Dergleichen sind die Wagengleise auf einer Strasse.

§. 10.

Ein **Winkel** ist die Neigung oder Eröffnung zweyer Linien, die in einem Punct zusammen stossen, wie CA und BA in A zusammen stossen (Tab. I. Fig. 3.) Der Punct A heißt die Spitze des Winkels, die beyden Linien aber CA und BA die Schenkel.

Weder die Linien noch der Raum zwischen ihnen machen den Winkel aus, sondern der Linien Eröffnung oder Neigung gegeneinander. Denn wenn gleich die Linien länger oder kürzer werden, und sich daher auch zwischen ihnen mehr oder weniger Raum ergiebt: so wird doch der Winkel weder grösser noch kleiner; sondern wenn sich die Linie AC weiter von AB gegen den Punct D aufthut, wird der Winkel grösser; neiget sie sich aber näher gegen AB, so wird er kleiner.

Einen Winkel nennt man entweder mit einem Buchstaben an seiner Spitze, wie A Fig. 3. oder mit dreyen, davon einer an jedem Schenkel, und einer, den man wegen Nennung des Winkels in die Mitte setzt, an der Spitze steht; KLH Fig. 2.

§. 11.

Ein rechter **Winkel** ist, wenn die Schenkel perpendicular auf einander stehen, wie Fig. 4. sind sie aber nicht perpendicular, so ist der Winkel schief. Ist der schiefe Winkel grösser als ein rechter, so heißt er stumpf, wie Fig. 5. ist er kleiner, so heißt er spitzig, wie Fig. 3.

§. 12.

Ein **Triangel** ist eine Fläche, die in drey Linien oder Seiten eingeschlossen ist Fig. 7.

In einem Triangel müssen zwey Winkel nothwendig spitzig seyn (§. 48. N. 2.), der dritte aber kann recht, stumpf oder auch spitzig seyn; dahero es in Absicht der Winkel dreyerley Triangel giebt. Im ersten Fall heißt er rechtwinklicht, Fig. 6. im andern stumpfwinklicht Fig. 8. im dritten spitzwinklicht Fig. 7.

In Absicht auf die Seiten giebt es auch dreyerley: denn entweder sind alle drey Seiten einander gleich, und heißt gleichseitig Fig. 9. oder es sind nur zwey einander gleich, und heißt gleichschenklicht Fig. 10. oder es ist keine der andern gleich, und heißt ungleichseitig Fig. 11.

Man

Man siehet aber leicht 1) daß ein Triangel zweyerley Namen haben könne, nachdem man auf die Seiten oder die Winkel siehet. So ist z. E. der gleichseitige auch zugleich ein spitzwinklichter.

2) Daß bey jedem Triangel 6 Stücke zu betrachten vorkommen, nämlich 3 Seiten und 3 Winkel.

§. 13.

Von den viereckichten Flächen kommen sechserley vor.

Ein Quadrat hat vier gleiche Seiten und vier rechte Winkel Fig. 12.

Ein Rectangulum oder ablang Viereck hat vier rechte Winkel, und nur die einander gegenüber stehende Seiten gleich Fig. 15.

Ein Rhombus, Raute oder Wecke hat vier gleiche Seiten, aber schiefe Winkel Fig. 13.

Ein Rhomboides oder Ablange Raute hat vier schiefe Winkel, und nur die einander entgegengesetzte Seiten gleich Fig. 14.

Ein Trapezium oder ungleiches Viereck ist jede viereckichte ungleichseitige Fläche Fig. 17.

Sind aber in einem Trapezio zwey Seiten einander parallel, als KM und NL, so wird es ein Paralleltrapezium genennet. (Tab. I. Fig. 16.)

Das Quadrat, Rectangulum, Rhombus, Rhomboides, werden miteinander Parallelogramma genen-

 net,

net, weilen ihre gegeneinander überstehende Seiten parallel sind.

§. 14.

Alle Figuren, die mehr als vier Seiten haben, werden Vielecke genennet, insbesondere Fünfecke, Siebenecke, Sechsecke rc. Sind alle Seiten und alle Winkel einander gleich, so heissen sie regular Fig. 18. wo nicht, so sind sie irregular Fig. 19.

§. 15.

Diagonal-Linien werden genennet, die von einem Winkel einer Fläche in den andern gezogen werwerden, als AB, BC. (Tab. I. Fig. 20.)

§. 16.*

Ein Cirkel oder Scheibe ist eine Fläche, deren Umkreis von der Mitte überall gleich weit absteher, als A E H I L K D G. (Tab. I. Fig. 22.)

Der Punct C heißt der Mittelpunct oder Centrum.

Die Linie AEHILKDG, womit der Cirkel eingeschlossen ist, heißt Umkreis oder Peripherie.

Eine Sehne oder Chorda ist jede gerade Linie, die von einem Punct der Peripherie zum anderen gehet, als GA.

Die Sehne DE, die durch das Centrum gehet, wird Diameter oder Durchschnitt genennet.

Der halbe Durchschnitt CD, CK, CL rc. wird Radius oder Semidiameter genennet.

Sector

Sector oder Ausschnitt ist die Fläche CKL, die von einem Bogen und zwey Radiis eingeschlossen ist.

Segmentum oder Abschnitt ist die Fläche IH, so von einem Bogen und Sehne eingeschlossen ist.

§. 17.*

Unter die Rundungen, da ein Durchschnitt CD grösser ist, als der andere AB gehört die Ovale oder Ellipsis (Tab. I. Fig. 21.)

§. 18.

Eine Kugel ist bekannter, als daß sie dörfte erkläret werden, ihre Oberfläche aber ist überall gleich weit von der Mitte entfernt.

§. 19. *

Ein Prisma ist ein Körper, der unten und oben eine geradlinichte Figur hat, und um und um in so viel parallelogramma eingeschlossen ist als die Figur Seiten hat. Fig. 23.

Ein Prisma, dessen Grundfläche ein Parallelogramma ist, heißt Parallelepipedum. Fig. 24.

Ist die Grundfläche ein Quadrat, und die Höhe so gros, als eine Seite der Grundfläche, so ist es ein Cubus oder Würfel, Fig. 25. und folglich in sechs Quadratflächen eingeschlossen ist.

Ein Cylinder oder Walze ist, so oben und unten einen Zirkel hat, und übrigens gleich dick ist Fig. 26.

Und diese vier Körper sind gleiche Dicken.

§. 20. *

Die zugespizten Körper sind die Pyramide und der Kegel oder Conus.

Eine Pyramide ist, die zur Grundfläche eine geradlinichte Figur hat und um und um mit Triangeln gespizt zugehet Fig. 27.

Ein Kegel hat zur Grundfläche einen Zirkel und gehet geradlinicht spizig zu. Fig. 28.

§. 21. *

Ein regulärer Körper ist, der um und um mit regulären Figuren eingeschlossen ist; deren es aber nicht mehr als fünfe gibt. 1) Tetraedron, Fig. 29. so in vier 2) Octaedron, Fig. 30. so in acht 3) Icosaedron, Fig. 32. so in zwanzig gleichseitige Triangel eingeschlossen ist. 4) Dodecaedron, Fig. 33. so in zwölf reguläre Fünfecke eingeschlossen ist, und 5) Hexaedron, Fig. 25. welches der Würfel ist.

§. 22.

Der Grund oder die Basis, bey einer Fläche, ist diejenige Linie, die man nach Belieben für die unterste annimmt, auf welcher man sich die ganze Figur ruhend vorstellet, und heißt ins besondere Grundlinie, als in dem Triangel ABC kan jede Seite als Grundlinie angenommen werden (Tab. I. Fig. 11.). Bey einem

Körper

Körper ist Grund oder Basis diejenige Fläche, die auch nach Belieben angenommen wird, auf welcher der Körper als ruhend angesehen wird. Als bey der Pyramide kan die Fläche BC DE oder der Triangel ABC rc. Basis seyn, und wird ins besondere Grundfläche genennet (Tab. I. Fig. 27.). Die Höhe ist die perpendicular Linie, die von dem Punct, der am weitesten von dem Grund entfernt ist, auf den Grund gezogen wird. Wobey in acht zu nehmen, daß oft die Basis weiter ausgezogen werden muß, ehe man die Höhe ziehen kan, so muß die Linie AB, wenn sie Basis seyn soll, weiter gegen D aus gezogen werden, damit die Höhe CD gezogen werden kan. (Tab. I. Fig. 31.).

Zweytes

Zweytes Kapitel.

Von den Maasen in der Longimetrie.

§. 23.

Das gewöhnliche und fast durchaus eingeführte Maas ist Ruthe, Schuhe und Zoll. Der Schuh hat zwar überall 12 Zoll, und der Zoll 4 Viertel; wo man aber die Sache genauer nimmt, theilt man den Zoll in 12 Linien oder Gran und die Linie in 12 Scrupel, oder bey den Franzosen in 10 Scrupel; allein theils sind die Schuh ungleich, wie unten vorkommen wird, theils sind bald 12, bald 15, bald 16 Schuhe auf der Ruthe. Das gewöhnlichste ist, daß die Ruthe 12 oder 16 Schuhe hält. Es hält demnach

	Die 16schuhige Ruthe.	Die 12schuhige Ruthe.
Schuhe	16	12
Zoll	192	144
Linien	2304	1728
Scrupel	27648	20736

Weilen aber diese Eintheilung im Rechnen höchst beschwerlich ist, sonderlich bey dem Quadratmaas, wie unten vorkommen wird: so erleichteren sich die Geometrå ihre Rechnung auf folgende Art: An dem Ort, da sie etwas zu messen haben, lassen sie sich die gewöhnliche Ruthe geben, und, sie mag sonst so viel oder so wenig Schuhe haben, als sie will, die Schuhe mögen gros oder klein seyn, theilen sie in 10 gleiche Theile, welche man Schuhe nennet, ein solcher Schuh in 10 Theile getheilet gibt Zolle,

Zoll, ein Zoll in 10 Theile gibt Gran oder Linien, eine Linie in 10 Theile gibt Scrupel, ein Scrupel in 10 Theile gibt zweyte Scrupel rc. und dieses heißt das geometrische oder Decimalmaas; nemlich geometrische oder Decimalschuhe, Zolle, rc. Es hat also die Decimal-Ruthe 10 Schuhe oder 100 Zoll oder 1000 Linien oder 10000 Scrupel oder 100000 zweyte Scrupel rc.

Wie die Schuhe an verschiedenen Orten von einander unterschieden, ist in dem vor einigen Jahren herausgegebenen Rechenbüchlein angeführt worden §. 117. wir wollen nur die in unserm Land übliche wiederholen.

Und da im Unterland 16 gemeine Schuhe auf der Ruthen sind, übrigens aber 12, müssen die Unterländer Schuhe mit 16, die andern mit 12, oder jene mit 4, diese mit 3 multiplicirt werden; weil sich 16 zu 12 verhält, wie 4 zu 3, um die Verhältniß der Ruthen zu bekommen. Die Verhältnisse sind also folgende

	Schuhe.	Ruthen.
Unterländer	1000	4000
Hochberger	984	2952
Badenweiler	1094	3282
Rötteler und Sausenburger	1099	3297

§. 24.

Das Zeichen der Ruthe ist °, des Schuhes ′; des Zolls ″; der Linie ‴; des Scrupels ⁗; des zweyten Scrupels v rc. nämlich so vielmal die Ruthe in zehen Theile getheilet wird, oder so viel Nullen hinter die Ruthen kommen, mit so viel Strichlein wird die Zeichnung gemacht: also heißt 35°6′7″8‴3⁗4v, 35 Ruthen, 6 Schuhe, 7 Zoll, 8 Linien, 3 Scrupel, 4 zweyte Scrupel.

§. 25.

§ 25.

Aus der gemeldeten Einleitung und Zeichnung läßt sich folgendes bey dem Decimalmaas leicht begreifen.

1. Daß mit Zusetzung der Nullen die Ruthen in Schuhe, Zoll rc. verwandelt werden, als 4° ist 40', 400'', 4000''' rc. oder 7' ist 70'', 700''', 7000'''' rc.

2. Wenn man Ruthen, Schuhe, Zolle rc. hat, und will sie zu einerley Sorten machen, so darf man sie nur aneinander setzen; als 5°, 7', 8'', 9''' ist 5789'''. Sollten aber zwischen den Ruthen und Zollen die Schuhe, oder zwischen den Schuhen und Linien die Zolle fehlen, so muß ihre Stelle mit o erfüllt werden, als 6°, 7'', 3'''' ist 60703''''.

3. Daß es genug seye, wenn nur auf die letzte Zahl das gehörige Zeichen gesetzt werde, weilen sich die vorhergehenden der Ordnung nach von selbsten verstehen.

4. Daß auf diese Art das Decimalmaas eben so seye, wie die gemeine Zahlen, und folglich, wenn sie nach Nro. 1. zu einer Sorte gebracht worden, sie eben so addirt, subtrahirt, multiplicirt und dividirt werden müssen. Z. E. 70°5'3''+4°8', oder 19°7'3'' — 2°3'5''7'''

753	19730
480	2357
1233	17373

Was bey dem Multipliciren und Dividiren besonders vorkommt, solle bey dem Quadrat- und Cubicmaas gezeiget werden.

§. 26.

§ 26.

Decimalmaas in gemeines zu verwandeln.

Z. E. 36735‴

1. Schneidet die 36 Ruthen ab, weil sie in beyderley Maas gleich sind (§. 23.)

2. Die 735‴ setzet in die Regel de Tri auf folgende Art: sprechet, weil es Gran oder Linien sind, 1000 Gran oder Linien Decimalmaas geben, wenn es die sechszehenschuhige Ruthe ist, 2304 Gran oder Linien gemeines Maas (§. 23.) was geben 735.

```
1000——2304——735
          735
        -----
        11520
        6912
       16128
      -------
      1693,440
```

3. Den Bruch $\frac{440}{1000}$ läßt man entweder als eine Kleinigkeit weg, oder so es nöthig ist, verwandelt man ihn in Scrupel. Die gefundene Linien 1693, verwandelt man durch die Division in Zoll, und die Zoll in Schuhe, so ist geschehen, was man verlangt.

```
12 | 1693 | 141 Zoll        12 | 141 | 11 Schuhe
     12                          12
     --                          ---
     49                          21
     48                          12
     --                          ---
     13                           9
     12
     --
      1
```

Ist also 36 Ruthen, 11 Schuhe, 9 Zoll, 1 Linie.

§. 27.

§. 27.

Gemeines Maas in Decimalmaas zu verwandeln. Z. E. 18 Ruthen, 9 Schuhe, 11 Zoll, 7 Linien.

Nachdem ihr alles ausser den Ruthen auf die kleineste Sorte gebracht, so verfahret, wie §. 26. nur versteht sich von selbsten, daß man sagen muß, wenn z. E. Gran oder Linien von der sechszehenschuhigen Ruthe sind, 2304 geben 1000 2c.

```
   9        2304——1000——1435
  12                     1000
 ---
 108        2304 | 1435000 (622
  11               13824
 ---               -----
 119                5260
  12                4608
 ---                ----
 238                6520
119                 4608
   7                ----
 ---                1912
1435
```

Giebt also 18622‴

§. 28. *

Die Peripherie des Cirkels wird mit Graden, Minuten, Secunden 2c. gemessen. Es wird aber eine jede Peripherie, der Zirkel mag groß oder klein seyn, in 360 Theile getheilet, und ein Theil heisset ein Grad; der sechzigste Theil eines Grades heißt eine Minute; der sechzigste Theil einer Minute eine Secunde; der sechzigste Theil einer Secunde eine Tertie 2c. das Zeichen des Grads ist °, der Minute ′, der Secunde ″, der Tertie ‴ 2c. aus gleicher Ursache, wie bey den Ruthen, Schuhen 2c.

Die Zeichen des Decimalmaases und Cirkelmaases sind leicht von einander zu unterscheiden: denn dieses wird mit

mit Puncten oder Strichlein von einander unterschieden, jenes aber nicht. Z. E. $53^{\circ}8'2''$ ist Decimalmaas, 17°, $15'$, $9''$, ist Circulmaas, nämlich 17 Grad, 15 Minuten, 9 Secunden. In der Geometrie hat man in der Theilung des Cirkels nicht nöthig weiter zu gehen, als auf Minuten.

§. 29.*

Das Maas eines Winkels ist ein Cirkelbogen der aus dem Spitzen des Winkels zwischen seinen Schenkeln gezogen wird. Denn so viel ein solcher Bogen Grade, Minuten ꝛc. hat, so viel eignet man auch dem Winkel zu. Wozu man ein besonder Instrument, den Transporteur, nöthig hat.

§. 30.*

Wenn in einem Cirkel zwey Diametri perpendicular durcheinander gezogen werden, so theilen sie den Cirkel in vier gleiche Theile, die man Quadranten heisset, und jeder ist das Maas von einem rechten Winkel; dahero hat ein rechter Winkel den vierten Theil von 360°, das ist 90°, ein spitziger weniger, und ein stumpfer mehr, als 90°.

Drittes Kapitel
von denen Instrumenten.

§. 31.*

Die in der Geometrie nöthige Instrumenten, sowoh auf dem Papier, als Felde, sind 1) Linial 2) Cirkel, 3) verjüngter Maasstab, 4) Reisfeder 5) Winkelmaas, 6) Transporteur, 7) Astrolabium oder Winkelmesser, oder an dessen Statt Meßtischlein mit einem Diopteren Linial, (8 Meßstangen, Schnür oder Ketten, 9) Stäbe, 10) Bleywage, 11) Senkbley, 12) Scheiblein oder Kreuz.

§. 32.

Was ein Linial und Zirkel seye, ist jedermann bekannt, desgleichen was zu einem guten Linial gehöre. Bey einem Cirkel kommt es auf ein gutes Gewind, und scharfe, doch nicht stechende, stählerne Füsse, an. Jenes erforschet man, wenn er fein sanft, doch etwas gedräng, und ohne Schnappen, auf- und zugehet; dieses aber zeiget der Augenschein und Probe, wenn man auf Papier einen Bogen damit reisset. Die Cirkel sind entweder gemeine Handcirkel oder Einsatzcirkel, deren einen Fuß man aus- und dagegen eine Reisfeder oder Reisbley einschrauben kann, oder Stangencirkel, deren Beschaffenheit aus Fig. 34. zu ersehen, daran der eine Fuß A hin und her geschoben, und mit der Stellschraube B fest geschraubet werden kann. Dieser kann aus beliebiger Materie, und in beliebiger

Grösse

Grösse gemacht werden, und ist sonderlich nützlich, wenn grosse Cirkelrisse zu machen sind. Um den Diametrum einer Kugel, Cylinders und dergleichen zu messen, hat man auch den Tastercirkel nöthig, dessen Füsse nicht gerad, sondern eingebogen sind.

§. 33.

Wenn Felder aufs Papier getragen werden sollen, so verstehet sich von selbsten, daß auf dem Papier ein um so viel kleinerer Maasstab angenommen werden muß, als das Papier kleiner ist, als das Feld. Und ein solcher Maasstab wird ein verjüngter Maasstab genennet, welcher zweyerley, der gemeine Fig. 35. und der künstliche Fig. 36. Der gemeine ist leicht aus der Figur abzusehen. Man nimmt nämlich 10 Schuhe, nach beliebiger Grösse, an, doch so klein, daß eben so viel Schuhe auf das Papier gehen, als das darauf zu tragende Feld hat. Diese 10 Schuhe nimmt man in Cirkel, und trägt sie als Ruthen auf die zum Maasstab angenommene Linie bis zu deren Ende. Der künstliche Maasstab ist von dem gemeinen darinne unterschieden, daß man auch Zolle darauf haben kann. Die Verfertigung läßt sich aus der Figur erkennen. Wenn die Linie EF, wie der gemeine Maasstab eingetheilt ist; ziehet man darneben zehen eben so lange Parallellinien in beliebiger, aber gleicher Weite, theilet so dann die letzte Parallele CD, wie die erste, und ziehet die Puncten, die Ruthen bedeuten, zusammen, als CE, GA, HI, DF. Die Schuhe aber werden der quere gezogen von A nach B, darnach vom ersten Schuh auf der einen Seite zu dem zweyten der anderen u. s. w. Da nun die Linie AB durch die zehen Parallelen nach und nach zu einem Schuh steiget, so schneidet sie von

der ersten Parallele 1 Zoll, von der zweyten 2 Zolle x. und so bey den übrigen Querlinien. Wer demnach den Cirkel in b setzet, und ihn bis a aufthut, der hat 2°3′6″.

§. 34.*

Man kann zwar die Linien mit einer gemeinen Feder ziehen, allein sie werden nicht zart und scharf genug, dahero hat man die Reisfeder erfunden, welche aus zweyen stählernen, an einem Stiel befestigten Blätlein bestehet, die zugespitzt, scharf, aber nicht schneidend sind. (Tab. II. Fig. 37.) Zwischen diese Blättlein wird die Dinte, oder besser, Tusch, mit einem Pensel oder gemeinen Feder, gethan, und damit man die Linien nach Belieben zart oder stärker ziehen könne, bekommen die Blättlein eine Schraube, um sie eng und weit stellen zu können; will man eine Reisfeder auch zu andern Farben brauchen, so ist es gut, wenn man zugleich eine mit meßingenen Blättlein hat.

§. 35.

Das **Winkelmaas** macht man auf allerley Art und aus allerley Materie. Die bekanntesten sind wohl die aus festem Holz gemachte rechtwinklichte Triangel in der Dicke eines Linials. Alle aber werden auf nachfolgende Art probirt, ob sie recht sind? (Tab. II. Fig. 38.) man ziehet über einer Linie AB mit beliebiger Eröffnung einen halben Cirkel, legt sodann des Winkelmaases Ecke an ein beliebiges Punct der Peripherie C, und die eine Seite an das äusserste Punct des Diameters A, so muß die andere Seite durch das andere Punct B gehen, wenn das Winkelmaas recht seyn soll.

Die.

Dieses Instrument kann man entbehren, weil wir unten lernen werden, wie ein rechter Winkel ohne Instrument zu machen seye. Es ist nur, um geschwinder im Zeichnen fortzukommen, nöthig, auch hat es seinen Nutzen bey den Parallellinien. Ein zweymal zusammengelegtes Blat Papier giebt in der Geschwindigkeit auch ein Winkelmaas.

§. 36.*

Der Transporteur ist ein auf eine feste Materie als Meßing, Holz, Papier oder Horn getragener halber Cirkel, der in seine 180 Grade getheilt ist, um die Winkel auf dem Papier zu messen und aufzutragen. (Tab. II. Fig. 39.)

Die Eintheilung des halben Cirkels in 180°, geschiehet folgendergestalt: 1) der Radius, womit der halbe Cirkel beschrieben worden, theilet ihn in drey Theile, deren folglich jeder 60° hat. 2) Einen jeden solcher Theile von 60° halbiret, so habt ihr 30°. 3) Halbiret auch diese Theile, so habt ihr 15°. 4) Diese Theile von 15° theilet in fünf Theile, welches mit einem subtilen Cirkel leicht geschehen kann, so hat ein solcher Theil 3°. Da denn endlich 5) noch die Theilung in 3 dem Verlangen ein Genügen thut. Es werden insgemein vier halbe Cirkel a b c d hinter einander gezogen; zwischen a und b kommt die Theilung aller Grade, ein jeder zehender Grad wird bis an d gezogen, und ein jeder fünfter bis an c, damit man sich im Zählen der Grade leichter helfen könne.

Die von Horn sind nicht nur leicht zu machen, weilen sich mit einem nur etwas scharfen Cirkel alle Striche und Cirkelbögen leicht darauf verzeichnen lassen, sondern

auch wegen ihrer Durchsichtigkeit sehr bequem. Die dazu nöthige Hornblättlein sind bey den Kammmachern und sonsten leicht zu haben.

§. 37.*

Ein **Winkelmesser** oder Astrolabium ist nichts anders, als ein etwas grosser Transporteur auf einem Fuß oder Stativ mit Diоptern und einem beweglichen Linial versehen (Tab. II. Fig. 41. 42.). Sie werden insgemein von Meßing bereitet, die aber hoch zu stehen kommen. Da wir aber für diejenige schreiben, die meistens nur wenige und wohlfeile Instrumenten sich anschaffen können; so wollen wir nur zeigen, wie man sich ein Astrolabium von Holz mit Beyhülfe eines Drehers, Schreiners und Blechners leicht verschaffen kann.

Fig. 41. stellet das Astrolabium vor, so aus festem z. E. Birnbaumen Holz gemacht wird, etwa einen Zoll dick, einen Schuh lang, und um ein Zoll mehr als halb so breit. Darauf wird die Linie a b als Diameter gezogen, und aus dessen Mitte ein halber Cirkel, der in seine 180°, wie der Transporteur (§. 36.) eingetheilet wird. Auf das Centrum wird mit einem wohl abgerundeten eisernen Nagel das bewegliche Dioptern Linial Fig. 40. angemacht, daß dessen Schärfe d e gerade durchs Centrum gehe. Unten in der Mitte ohngefähr unter dem Punct A wird der Fuß ABCD befestiget, Fig. 42. und gerade unter das Centrum ein Häcklein gemacht, damit man eine Bleyschnur daran hängen kann, welche das Centrum auf dem Boden zeiget.

Die

Die Dioptern oder Absehen sind über dem Diametro oder der Schärfe des beweglichen Linials perpendicular aufgerichtete etwa zwey Zoll hohe Blechlein, in deren einem ein kleines Löchlein in dem andern eine Eröffnung, durch welche kreuzweis Pferdhaare in der Höhe des Löchleins gezogen sind, daß, wenn das Auge durch das Löchlein und Kreuzlein wegsiehet, solches gerade über der Schärfe des Linials oder des Diametri geschehe Fig. 40. An das Linial werden sie also befestiget, daß das Blechlein unten umgebogen, und c a b ein rechter Winkel werde, da es dann mit dem umgebogenen Blechlein d b mit zarten Stiftlein angenagelt wird. Die, so an den Diametrum kommen, werden gerad gelassen, und nur so aussen an das Bret genagelt, daß das Löchlein und Kreuzlein perpendicular über dem Diametro stehen. Es ist sehr gut, wenn über das Löchlein noch eine Eröffnung mit einem Kreuzlein, und auf der andern Seite über der Eröffnung noch ein Löchlein gemacht wird, damit man eben sowohl von a nach b, als von b nach a sehen kann.

Der Fuß oder Stativ ist, wenn man ihn ganz schlecht haben will, ein etliche Zolle dicker, etwa vier Schuhe hoher, und unten mit einem spitzigen Eisen beschlagener Stab, damit er in die Erde gesteckt werden könne. Sollte aber der Boden so hart und steinigt seyn, daß man diesen Fuß nicht darein schlagen könnte, darf man nur ein etwas grosses Scheit tannenes oder anderes weiches Holz auf den Boden legen, und den Fuß darein schlagen. Das Stativ kann aber auch dreyfüßig seyn, wie (Tab. II. Fig. 42.). A ist ein etwa 3 bis $3\frac{1}{2}$ Zoll dickes, und 6 bis 7 Zolle langes gedrehtes Holz, so oben einen runden, Zoll dicken Za-

pfen, c hat, um welchen die Hülse e f, die an dem Astrolabio fest gemacht ist, sich herumdrehen, und mit der Schraube d befestigen läßt. Unten bekommt es die Gestalt eines dreyeckigten Prismatis, dessen jede Seite eine eiserne Schraube herausgehen hat, an welche die Füsse BCD angeschraubt, auch weit und enge gestellt werden können. Will man das Astrolabium auch vertical oder aufrecht stellen, um Höhen zu messen, so kann man auf den Zapfen c die Hülse Fig. 43x setzen, an dessen Zapfen g das Astrolabium geschraubet werden kann. Eine Nuß Fig. 44. ist auch dienlich, da a eine etwa 1½ bis 2 Zoll dicke Kugel ist, deren Hals in b an das Astrolabium befestiget wird. Diese Kugel liegt zwischen zweyen ausgegründeten Hölzern, die durch die Schraube f zusammengeschraubt, und die Kugel fest gemacht wird. Die Kerbe cd dienet dazu, daß der Hals der Kugel seitwärts gedrehet werden kann, wenn man das Astrolabium aufrecht stellen will. Wenn die Kugel nicht wohl halten will, darf man nur ein zartes Leder in die innere Höhlung legen.

§. 38.*

Das Meßtischlein ist weiter nichts, als ein wohl gehobeltes, aus festem Holz gemachtes Brettlein, so etwa ein bis anderthalbe Schuhe ins Gevierte groß, und auf einem Fuß, wie das Astrolabium, befestiget, und bey dem Gebrauch mit weissem, am besten Regalpapier, überzogen wird.

Das dazu nöthige Dioptern Linial ist eben das, so Fig. 40. vorgestellet ist, nur ist die Ründung I nicht nöthig, aber auch nicht hinderlich.

Hierauf

Hieraus siehet man, daß man mit einem Fuß zum Astrolabio und Meßtischlein auskommen könne, weilen man eines weg, und das andere darauf setzen, auch das bewegliche Linial des Astrolabii aufs Tischlein brauchen könne.

Das Papier auf das Tischlein zu kleben, braucht man kleine Scheiblein, in Gestalt der Obladen, aus Wachs, welches mit etwas Terpentinöl vermischt, welche man zum Gebrauch bey der Hand haben muß. Sonsten kann man auch das Papier an dem Rand durchaus etwa eines halben Fingers breit, mit Papp bestreichen, und auf das Tischlein kleben. Will man das Papier fein glatt angespannt haben, so befeuchtet man es vor dem Aufkleben mit einem saubern in rein Wasser getunkten Schwamm; so spannet es sich schön an, wenn es trocken ist; da es aber Zeit braucht, bis es trocknet, und gleichwohl nöthig ist, oft einen ganzen Tag mit dem Tischlein fortzuarbeiten, so kann man auf das erste Papier, wenn es trocken, wieder ein anderes auf die nämliche Art pappen, und so das dritte vierte ꝛc. Wenn denn das erste gebraucht ist, schneidet man es nur mit einem zarten Messerlein am Rande herunter, so liegt ein anders zum ferneren Gebrauch dar.

§. 39.

Die Meßstange ist aus §. 23. leicht zu machen. Man läßt sich eine viereckigte oder runde Stange von Tannenholz machen, weil dieses Holz am wenigsten krumm wird, in der Länge einer an dem Ort, wo gemessen werden soll, gewöhnlichen Ruthe, theilet diese in

zehen Schuhe, einen Schuh in zehen Zolle, und einen Zoll in zehen Linien; so ist die Stange fertig. Es ist aber gut, daß man zwey habe, damit, wenn eine liegt, immer die andere im Messen daran gestossen werden könne. Durch vielen Gebrauch stossen sich die Stangen ab, daß sie kürzer werden, darum ist es gut, wenn sie an den Enden mit Meßing beschlagen werden. Allein auch dieses verhütet nicht alles Abstossen; daher in jedem Orte eine eiserne Stange gemacht werden solle, die nie gebraucht, sondern die hölzernen darnach abgemessen werden.

Die **Meßketten** sind von starkem, beynahe Federkiel dicken eisernen Drat gemacht, da die schuhlange Gleiche mit einem meßingenen Ring zusammen gehänget sind, so daß von der Mitte eines Ringes a bis zur Mitte des andern b gerad ein Decimalschuh ist. Auf diese Art kann man fünf bis sechs Ruthen an einander machen.

Die **Meßschnüre** werden gezwirnt, in Leinöl gesotten, und mit Wachs bestrichen. Die Abtheilung geschiehet nach dem Decimalmaas durch zarten Drath oder seidene Flecklein.

Die Schnüre werden kürzer, wenn sie naß sind und länger, wenn sie trocken sind, wiewohl diesem durch das Oelsieden meistens begegnet wird, aber das ist doch nicht zu verhüten, daß sie nicht bald stärker, bald schwächer angezogen werden. Die Ketten sind schwer, verwickeln sich gern, und wenn der Boden nicht eben, so senken sie sich in die Tiefungen, daß sie nicht straff genug ausgezogen werden können. Dahero

wohl

wohl die Stangen vorzuziehen, wenn man recht mit umgehet, ob es wohl etwas langsamer damit zuzugehen scheinet.

§. 40.

Die Stäbe sind viereckigt, einen Zoll dick, und sechs Schuhe lang, unten mit spitzigem Eisen beschlagen, oben können Löcher dadurch gebohret werden, damit man durch dieselbe desto besser sehen kann, ob verschiedene ausgesteckte in gerader Linie sind. Auch ist es gut, wenn oben von weiß oder rothem Zeug Fahnen daran gemacht werden, damit sie in der Ferne desto besser sichtbar sind.

§. 41.

Die Bleywaage und Senkbley sind bekannter, als daß sie dürften erkläret werden. Nur ist bey dem Senkbley zu merken, daß man oben an den Faden einen Drath mache Fig. 43. womit es an das Meßtischlein gestecket, und das Senkbley unter jeden verlangten Punct des Tischleins gestellet werden könne, um solchen auch auf dem Boden zu bezeichnen.

§. 42.

Das Scheiblein oder Kreuz stellet Fig. 45. vor, und ist ein winkelrechtes hölzernes Kreuz, da ab und cd etwa einen Schuh lang ist, und die darauf gezogene Kreuzlinien auf das genaueste Winkelrecht durch einander gezogen sind. Auf die Ende dieser Linien werden zarte Stifte perpendicular eingeschlagen, oder wenn mans genauer haben will, können an die Seiten Dioptern genagelt werden. Es könnte auch statt des Kreuzes

Kreuzes ein viereckigtes oder rundes Brettlein seyn daher es den Namen Scheiblein hat. Der Fuß ist nur ein Stab, der unten mit spitzigem Eisen beschlagen, damit er bequem in die Erde gesteckt werden kann. Dieses Instrument dienet, auf dem Feld Perpendicularlinien zu ziehen.

§. 43.

Wer weiter nichts aus der Geometrie lernen will, als ein Feld ausmessen und theilen, der braucht weiter nichts, als das Kreuz, Stangen und Stäbe. Wer sie auf das Papier tragen will, muß Cirkel und Linial dazu haben, nebst verjüngtem Maasstab. Sollten aber Felder aufs Papier getragen werden, da man nicht überall zukommen kann, muß man über dieses noch Transporteur und entweder Astrolabium oder Meßtischlein dazu haben, wozu Bleywaag und Senkbley nöthig sind.

Viertes Kapitel **

enthält

die Grund- und Lehrsätze zur Longimetrie.

§. 44.

Alle Bögen a, b, c, die zwischen den Schenkeln eines Winkels ABC aus der Spitze B gezogen werden, haben einerley Anzahl Grade. (Tab. II. Fig. 47.)

Denn wenn z. E. der Bogen a der fünfte Theil von seiner ganzen Peripherie ist, so ist b und c auch der fünfte Theil von ihren Peripherien, und jede Peripherie hat 360°.

Daher ist es einerley, ob man den Transporteur und das Astrolabium mit einem grossen oder kleinen Radio beschreibt, nur daß die Grade in einem kleinern Cirkel kleiner werden als in einem grossen, und daher ein Astralabium oder Transporteur mit einem kleinen Radio die Winkel nicht so scharf zu messen dienet als ein grösseres, wenn sonst alles einerley ist.

§. 45.

Zwey oder mehr Winkel auf einer Linie AB haben zusammen 180°. Fig. 48.

Denn aus dem Punct D läßt sich ein halber Cirkel ziehen, der 180° hat und das Maas der Winkel ADC und CDB ist.

Dar-

Daraus folgt 1) wenn man den Winkel CD etwa nicht messen könnte, mißt man den Nebenwink CDA.

2) Wenn man zu Messung der Winkel statt de halben Zirkels (§. 36. 37.) nur einen Quadranten hat so kan man zwar einen stumpfen Winkel nicht messen aber den anliegenden spitzigen, der von 180° abgezogen, den stumpfen Winkel bestimmt

§. 46.

Wenn zwey Linien einander durchschneiden so sind die Verticalwinkel x und n einander gleich (Tab. II. Fig. 49.)

Nimmt man den Winkel AEC, so braucht man entweder noch den Winkel x oder n, bis es 180° sind (§. 45.) darum müssen x und n einander gleich seyn.

Wenn also x nicht gemessen werden kan, so mißt man n dafür.

§. 47.

Wenn zwey Paralellinien AB und CD von einer dritten EF durchschnitten werden: so sind die Wechselswinkel x und y einander gleich. (T. II. Fig. 50.)

Wenn AB anfänglich auf CD gelegen wäre, und würde hernach immer parallel in die Höhe geschoben: so bliebe die Neigung der Linie AB gegen die Linie EF eben so, wie der Linie CD, folglich muß auch der Winkel n dem Winkel y gleich seyn (§. 10.), und da n so gros als x (§. 45.), so muß auch x so gros als y seyn.

Weil

Weil n so gros als y, und m und n 180° machen (§.45.), so machen m und y auch 180°.

§. 48.

Die drey Winkel in jedem Triangel zusammen genommen, machen 180°. (T.II. Fig. 51.)

Wenn mit der Grundlinie eine Parallele gezogen wird, so ist der Winkel e dem Winkel a gleich und d ist c gleich (§.47.), a b und c aber machen 180° (§.45.), darum machen auch c b und d 180°.

Hieraus folget 1) wenn ein Winkel recht ist, so müssen die beeden übrigen auch einen rechten Winkel zusammen oder 90° machen.

2) Weder zwey rechte noch zwey stumpfe Winkel können in einem Triangel seyn (§. 12.), sondern zwey müssen spitzig seyn.

3) Wenn zwey Winkel bekannt sind in einem Triangel, so findet man den dritten, wenn man die bekannte von 180° abziehet.

4) Wenn an einem Triangel eine Seite ausgezogen wird, so ist der äussere Winkel n denen beeden innern gegen über stehenden e und b gleich, (§. 45.).

5) Weil ein jedes Vieleck durch die Diagonalen in zwey Triangel weniger, als Seiten sind, zerleget wird (T.I. Fig. 20.), so macht die Summa aller Winkel so vielmal 180 Grade, als Seiten sind, weniger zweymal 180°, folglich wird die Summe aller Winkel gefunden, wann 2 von der Zahl der Seiten subtrahiret und der Rest mit 180 multipliciret wird.

§. 49.

In einem gleichschenklichten Triangel sind die beede Winkel an der Grundlinie C und D einander gleich. (T. II. Fig. 54.).

Wenn der Triangel von Papier ausgeschnitten würde und man ihn nach der Linie AB zusammen legte, so würde der Winkel C vollkommen auf D passen.

Ist der Triangel gleichseitig, so sind alle drey Winkel einander gleich und folglich jeder 60° (§. 48.).

§. 50.

Wenn in einem Cirkel über einem Bogen DE Winkel gezogen werden, deren Spitzen an die Peripherie stossen, z. E. a, b, c, so sind alle die Winkel einander gleich und haben halb so viel Grade zu ihrem Maas, als der Bogen DE Grade hat. (Tab. II. Fig. 53.).

Man ziehe mit dem Radio, mit welchem der Cirkel beschrieben worden, aus den Spitzen der Winkel a, b, c Bögen, so werden sie, wenn sie gemessen werden, einander gleich befunden und halb so gros als der Bogen DE seyn. Ein vollständiger Beweis ist hier zu schwer.

Also ist 1) der Winkel, der auf dem Diametro stehet und mit der Spitze die Peripherie berühret, ein rechter Winkel, wie ACB. Denn er hat zu seinem Maas die Hälfte von 180°, das ist, 90°. (Tab.II. Fig. 38.)

2) Ein solcher Winkel, der auf einem grössern Bogen stehet, als ein halber Cirkel, der ist stumpf, und der auf einem kleinern stehet, ist spitzig.

§. 51

§. 51.

Wenn in einem Triangel mit der Basi eine Parallele DE gezogen wird, so verhält sich, wie AB zu AC, also auch AD zu AE, und DB zu EC. (Tab. II. Fig. 52.).

Man stelle sich vor die Linie DE, die so lang seyn kan, als man will, seye anfänglich mit BC durch das Punct A Parallel gezogen gewesen, und bewege sich hernach parallel herunter gegen BC, so wird sie in eben der Zeit C erreichen, da sie B erreichet, folglich allezeit ein um so viel grösseres Stück von AC abschneiden als von AB, um so viel AC grösser ist als AB. Wenn also z. E. AB=12′ und AC=18′ wäre und AD wäre 4′, so würde AE seyn 6′, u. s. w.

Wenn also zwey Triangel, ob sie gleich sonst nicht gleich gros sind, einerley Winkel haben, so sind ihre Seiten proportional: denn die zwey Triangel ABC und ADE haben auch einerley Winkel, weil der Winkel D=B und E=C (§. 47.).

§. 52.

I. Wenn ein Triangel zwo Seiten hat, die so lang sind, als zwo Seiten eines andern Triangels, jede der beyden Seiten des ersten nähmlich so lang, als eine der beyden des andern, und wenn die beyden Seiten des ersten eben den Winkel mit einander machen, den die beyden Seiten des andern machen, so ist alles übrige in diesen beyden Triangeln einerley, die dritte Seite im ersten, der dritten Seite im andern gleich, und jeder Winkel im ersten, einem im andern gleich, so daß die gleichen Winkel gleichen Seiten gegen über stehen.

Wären in den beyden Dreyecken 54; 51 F. die Seit
CA=eb; AD=bd; und die Winkel CAD=ebd
so wäre auch CD=ed; C=e; D=d.

II. Wenn in einem Trinangel an einer Seite eben die Winkel anliegen, wie an einer gleich grossen Seite eines andern Triangels, so sind auch alle übrige Seiten und Winkel bey dem Triangel einerley, so daß gleiche Seiten allemal gleichen Winkeln gegen über stehen.

Nimmt man in 54; 51 F. an, daß CD=ed; C=e; D=d; so folgt daraus CA=eb; DA=db; CAD =ebd.

III. Wenn ein Triangel eben die Seiten hat, die ein anderer hat, so haben beyde auch einerley Winkel.

Wenn CA=eb; AD=bd; DC=de; so ist auch C=e; CAD=ebd; ADC=bde.

IV. Wenn zweene Winkel und eine Seite, die einem der beyden Winkel gegen über steht, in zween Triangeln einerley sind, so ist alles übrige in ihnen einerley.

Wenn C=e; D=d; AC=ae; so ist auch CAD=ebd; CD=ed; AD=bd.

Diese vier Sätze kan man kurz so ausdrücken, wenn in zween Triangeln, deren Dinge, unter denen sich eine Seite befindet, einerley sind, so ist alles übrige in beyden einerley, und die Triangel sind gleich und ähnlich.

V. Wenn zween Trinangel einen Winkel nebst zwo Seiten, von denen eine dem Winkel gegen über steht,

steht, mit einander gemein haben, so folgt nicht, daß alles übrige in ihnen einerley ist.

Denn wenn man z. E. in der 11. F. aus dem Mittelpuncte C mit dem Halbmesser CA einen Kreis beschriebe, so würde solcher die Linie AB, noch in einem andern Puncte als in A; zwischen A und B schneiden, und wenn man nach diesem Durchschnitt aus C eine Linie zöge, so wäre solche =CA; und gäbe mit dem Stücke der Grundlinie AB, das sie abschneidet und CB; einen Triangel, der mit CAB, die Seite CB und dem Winkel B gemein; und die diesem Winkel gegen über stehende Seite =CA hätte, aber doch übrigens andere Winkel und seine dritte Seite kleiner als BA hätte.

VI. Wenn in zween Triangeln, wie ebd; 51 F, ABC 52 F. zweene Winkel zween Winkeln gleich sind als e=B; d=C; so ist auch der dritte dem dritten gleich (48. §; 3) b=A; und wenn man alsdenn ein paar Seiten, welche man will, in den einen Triangel nimmt, so haben die Seiten des andern, die eben den Winkeln gegen über stehen, eben die Verhältniß.

So verhält sich eb zu ed, wie AB zu BC; wo eb, AB den gleichen Winkel d C; und ed, BC, den gleichen Winkeln b, A, gegen über stehen. Eben so eb zu bd wie BA zu AC und bd zu de wie AC zu CB.

VII. Es sey also z. E. BAC ein Triangel auf dem Felde, da man die Winkel B, C, gemessen und die Seite BC auch gemessen, z. E. 12° gefunden hätte. Man zeichne auf dem Papier eine Linie ed, 12 Ruthen des verjüngten Maasstabes, und setze an sie die Winkel e=B; d=C; so werden die Linien eb, bd, nach dem verjüng-

ten Maase so viel Ruthen, Schuhe u. s. f. halten, als BA, AC, nach dem wirklichen grossen Maase auf dem Felde. Wenn z. E. eb von dem verjüngten Maase 15° hielte, so müßte BA auch 15° des wirklichen halten, damit sich nämlich de zu eb wie CB zu BA verhält.

VIII. Wenn sich die Seiten eines Triangels, wie die Seiten eines andern verhalten, so haben beyde Triangel einerley Winkel.

Wenn des Triangels 51 Fig. Seiten nach dem verjüngten Maase so gros wäre, als des Triangels BAC 52 Fig. nach dem wirklichen, (wie in VII) so wäre e=B; d=C; b=A.

IX. Wenn zweene Triangel nicht von gleicher Grösse sind, aber einerley Winkel haben, so sind ihre Seiten proportionirt (VI), und wenn die Seiten proportionirt sind, sind die Winkel einerley (VIII). Wenn daher von diesen beyden Umständen einer angenommen würde, folgt der andere daraus; solche Triangel heissen ähnlich.

X. Wenn in den beyden Triangeln 51; Fig. 52. der Winkel b=A und die Seiten um b; nämlich be, bd, sich verhalten wie AB, AC, die Seiten um A; so sind die beyde Triangel ähnlich und es ist e=B; d=C; und es verhält sich be zu ed wie AB zu BC; und bd zu de wie AC zu CB.

XI. Auf diesen Betrachtungen beruhet das meiste der practischen Geometrie, wie schon aus VII begreiflich werden wird.

§. 53.

§. 53.

Wenn eine Sehne AB in zwey gleiche Theile getheilet, und auf den Theilungspunct D eine perpendicular Linie gezogen wird, so gehet sie durchs Centrum, und theilet auch den Bogen in zwey gleiche Theile. (Tab. II. Fig. 55.)

Man darf nur die Prob machen, so wird mans finden. Denn weil CD in der Mitte auf AB stehet, und sich auf keine Seite mehr neiget, als auf die andere (§. 10.) so muß sie den Bogen ACB in gleiche Theile schneiden, und aus gleicher Ursache den Bogen BE so gros machen als AE, daß also die Bögen CB und BE so groß als CA und AE und folglich CE durch die Mitte gehet.

§. 54.

Die Höhe des Abschnitts CD verhält sich zur halben Sehne DB, wie eben diese halbe Sehne sich zum übrigen Stück des Diameters DE verhält. (Tab. II. Fig. 55.).

Denn der Winkel CBA stehet auf dem Bogen CA, der gleich ist dem Bogen CB (§. 53.), auf welchem der Winkel CEB stehet, folglich sind diese beyde Winkel einander gleich (§. 50.), und da über dieses die Winkel bey D recht sind, so müssen die Seiten proportional seyn. (§. 51. Zus.).

Wenn also die Höhe CD und Sehne AB gegeben ist, kan das Stück DE durch die Regel de Tri leicht gefunden werden, welches bei Bögen in der Baukunst zu brauchen, wenn man das Centrum finden will.

§. 55.

Der Diameter gehet sechsmal in der Peripherie des Cirkels herum (Tab. III. Fig. 70.)

Dahero ist 1) die Peripherie etwas mehr als dreymal so groß, als der Diameter; denn der Bogen a b ist grösser, als seine Sehne.

2) Der Radius schneidet von der Peripherie 60° ab, welches der sechste Theil von 360°.

§. 56.

Die Verhältniß des Durchmessers eines Cirkels zum Umfange ist noch nicht in völliger Schärfe bekannt: Man weiß sie aber ungemein viel genauer, als zu irgend einer practischen Absicht nöthig ist. Die gewöhnlichsten Zahlen, durch die man sie ausdrückt, sind: wie 100 zu 314.

Die Meynung ist diese: Wenn man den Durchmesser in 100 Theile eintheilt, so wäre die Länge des Umfangs 314 solcher Theile, und noch was darüber, aber nicht 315. Wenn man also den Durchmesser in kleinere Theile eintheilt, so kann man dieses darüber noch genauer, aber nie der Wahrheit völlig gemäß angeben. Nähern kann man sich der Wahrheit folgendergestalt:

Weñ der Durchmesser	1000 Theile hat, so hat der Umfang	3141
	10000	31415
	100000	314159
	1000000	3141592

Man sagt also der Diameter verhalte sich zur Peripherie, wie 100 zu 314 ꝛc. oder genauer, wie 1000 zu 3141,

oder

oder noch genauer wie 10000 zu 31415 u. s. w. Jede von diesen Verhältnissen ist nur beynahe wahr, und man kann diejenige wählen, die zu der vorhabenden Absicht scharf genug ist. Wenn ein Cirkel 100 Meilen im Durchmesser hätte, so würde die Verhältniß 100 zu 314 den Umfang etwas zu klein geben; er wäre nämlich etwas mehr als 314 Meilen, aber noch nicht 315. Nach der 1000 zu 3141 findet man ihn bis auf $\frac{1}{10}$ einer Meile genau; er wäre 314 Meilen und $\frac{1}{10}$, und noch was darüber, aber nicht $314\frac{2}{10}$ Meilen.

Diese Zahlen, in welche man die Verhältniß des Diameters zur Peripherie angiebt, hat man sehr weit gesucht. Wenn der Durchmesser in eine Menge von Theilen getheilt wird, die durch eine 1 mit 127 Nullen ausgedruckt wird, so kann man die Peripherie in eben so kleinen Theilen ausdrucken. So genau braucht man es nun zu keiner practischen Verrichtung, meistens sind die vorhin angeführte Zahlen zulänglich.

Archimedes ist der erste gewesen, der die Verhältniß des Durchmessers zum Umfange anzugeben gesucht hat. Er hat herausgebracht, daß sie beynahe wie 7 zu 22 sey. Durch die Regel de Tri wird man leicht finden, daß sich 7 zu 22 beynahe wie 100 zu 314 verhält. oder wie 1000 zu 3142, und da der Durchmesser zum Umfange sich wie 1000 zu 3141 verhält, so giebt die Archimedische Verhältniß den Umfang etwas zu groß. Die Art, wie Archimedes verfahren hat, läßt sich hier nicht erklären; überhaupt nur einigermassen zu begreifen, wie sich der Umfang des Kreises durch den Durchmesser ausdrücken läßt, kann folgendes dienen: der Umfang eines regulairen Vielecks, das in einem Cirkel beschrieben ist, wie das Sechseck; Fig. 70.

ist offenbar kleiner, als des Cirkels Umfang; Je mehr Seiten aber ein solches Vieleck hat, desto kleiner werden sie, und desto näher kömmt sein Umfang des Cirkels Umfange. Wenn man also den Umfang eines Vielecks von sehr viel Seiten berechnet, so kann man solchen beynahe für des Cirkels Umfang annehmen, und der Wahrheit desto näher, je mehr Seiten das Vieleck hat. Auf dergleichen Art hat nach dem Archimedes Ludolph von Cöln die Verhältniß des Diameters zur Peripherie noch viel schärfer ausgedrückt, die vorhin angeführten Zahlen sind eine Probe davon.

Adrian Metius hat gefunden, daß sich der Durchmesser zum Umfange beynahe wie 113 zu 355 verhält. Mit so wenig Ziffern läßt sich diese Verhältniß oder Wahrheit nicht näher ausdrücken, übrigens braucht man diese Zahlen wenig, da die Ludolphische bequemer sind.

Die Peripherien zweener Kreise verhalten sich, wie ihre Durchmesser; ein Kreis, der den doppelten Durchmesser eines andern hat, hat auch einen noch einmal so grossen Umfang.

Die Differenz der Durchmesser zweener Kreise verhält sich zur Differenz ihrer Peripherien, wie jeder Durchmesser zu seiner Peripherie, also ohngefähr wie 100 zu 314.

Von der Quadratur des Kreises siehe unten beym 128 §.

Fünftes

Fünftes Kapitel

Von Beschreibung der Linien und Winkel.

§. 57.

Eine gerade Linie zu ziehen.

Es ist überhaupt zu merken, daß keine gerade Linie gezogen werden könne, die ihre bestimmte Lage hätte, es seyen dann zwey Puncte gegeben, nach welchen sie gezogen werden soll. Dahero

Auf dem Papier das Linial an die gegebene Puncten geleget, und mit der Reisfeder oder Stift die Linie gezogen wird.

Auf anderen Körpern wird eine Linie mit einer Schnur, die mit Kreide, Röthel oder Schwärze, aus Strohkohlen und Wasser bestrichen worden, geschnellet.

Auf dem Felde wird sie entweder nur mit zwey Stäben abgesteckt, oder es wird eine Schnur gespannt, und nach solcher ein Gräblein gestochen. Will man aber mit zwey Stäben den dritten in gerader Linie stecken, so stellt man sich nur hinter den einen, und wenn man den dritten alsdenn so stecken läßet, daß man ihn vor dem andern nicht mehr siehet, so sind sie in gerader Linie.

§. 58.

Aus einem gegebenen Punct A auf einer Linie ein Perpendicul aufzurichten (Tab.III. Fig.59.)

Auf dem Papier. Schneidet aus A mit beliebiger Eröffnung des Cirkels zu beyden Seiten gleich grosse Stücke ab in B und C. Setzet den Cirkel in B und C, und machet auch mit beliebiger aber gleicher Eröffnung des Cirkels Bögen f und g, die einander durchkreuzen, so könnt ihr dadurch das Perpendicul DA ziehen.

Auf dem Felde stecket zu beyden Seiten des Puncts A auf der Linie in gleicher und etwas geringerer Weite, als die Meßstangen sind, Stäbe B und C. An diese leget eure zwey Meßstangen mit einem Ende, und mit dem andern Ende lasset sie zusammenstossen, so ist der Punct, da sie zusammenstossen perpendicular über dem Punct A (Tab. III. Fig. 59.).

Anderst. Setzet das Kreuz oder Scheiblein auf den gegebenen Punct C perpendicular, und drehet es, bis ihr durch die Absehen b und a den Stab in dem Punct A sehet. Visiret auch durch die Absehen d und c, und lasset in dieser Gräde einen Stock in D stecken, so ist die Linie DC auf AB perpendicular (Tab. III. Fig. 60.)

§. 59.

Von einem gegebenen Punct A ausser der Linie BC auf dieselbe ein Perpendicul zu fällen. (Tab. III. Fig. 61.)

Auf dem Papier. Setzet den Cirkel in A, thut ihn beliebig auf, und schneidet die Linie mit gleicher Eröffnung durch die Bogen B und C. Setzet den Cirkel in B und C, und machet mit gleicher Eröffnung Kreuzbögen, entweder über oder unter dem Punct A,

oder

oder auch unter der Linie BC, z. E. in D: so könnt ihr durch A und D das Perpendicul AE ziehen.

Auf dem Felde. Wenn man statt des Cirkels eine Schnur nähme, so könnte auf dem Feld, wie auf dem Papier verfahren werden, das Kreuz aber ist schicklicher und geschwinder. Nachdem nämlich an die beyden Enden der gegebenen Linie in A und B Stäbe gesteckt worden, so stecket noch einen in C, etwas näher gegen A, als ihr vermuthet, da das Perpendicul hinfallen werde. Visiret durch das eine paar Absehen des Kreuzes auf A und C, und fahret mit demselben gegen A und C, bis ihr durch das andere paar Absehen den Stab in dem Punct D sehet, so ist die Linie DE auf AB perpendicular (Tab. III. Fig. 62.).

§. 60. *

Auf das Ende einer Linie AB ein Perpendicul aufzurichten (Tab. III. Fig. 63.)

Auf dem Papier. Beschreibet aus dem gegebenen Punct B mit beliebiger Eröffnung einen Bogen CE. Traget in denselben den Radium BC zweymal in D und E. **Ueber dem zweyten machet mit gleicher beliebiger Eröffnung des Cirkels Kreuzbögen in F, so könnt ihr die Perpendicularlinie FB ziehen.**

Denn der Radius schneidet 60 Grad ab (§. 55. Nro. 2.) und der Bogen DE wird in zwey Theile getheilet (§. 53.), **darum ist CD=60°, und Dn=30°,** und Cn=90°.

Anmerkung. Dieses Verfahren geht nicht an, wenn nicht so viel Platz auf dem Papier ist, daß man AB

ver-

verlängern könnte; und wenn so viel Platz ist, hat man es nicht nöthig, sondern kann nach §. 58 verfahren. Es ist nicht der Mühe werth, das geometrische Verfahren, das man in jenem Falle wählen müßte, hier zu lehren, weil man sich in der Ausübung doch allemal mit dem Winkelhacken helfen kann.

Auf dem Felde. Es kann mit dem Kreuz, wie §. 58 geschehen; oder man legt auf die Linie eine Meßstange AB, an diese eine andere AC nach dem Augenmaaß recht winklicht, und verschiebt sie so lang, bis die dritte Stange an der ersten auf den 8ten, und auf der andern an den 6sten Schuh stößet, so ist CA auf AB perpendicular: denn die Quadratzahl von 6 und 8 sind gleich der Quadratzahl von 10, das ist 36+64=100 (§. 105). (Tab. III. Fig. 64.)

Unnöthig wird seyn, zu sagen, daß mit dem Winkelmaas überall auf dem Papier Perpendicularlinien gezogen werden können: die Dicke des Eckes aber, welches darzu nicht allemal scharf genug ist, hindert oft, daß die Perpendicularlinie nicht genau genug an die Linie angezogen werden kann. Diesem abzuhelfen, legt man da, wo der Punct A ist, die größte Seite des Winkelmaases an die Linie, und an die eine Seite des Winkelmaases das Linial, und hält das Linial mit der einen Hand fest, hernach nimmt man das Winkelmaaß, und legt die andere Seite an das Linial, und verschiebt das Winkelmaaß so lang, bis dessen größte Seite den Punct A berühret, so kann die Perpendicularlinie genau gezogen werden (Tab. III. Fig. 65.)

§. 61.

§. 61.

Mit einer Linie eine andere Parallel zu ziehen.

Hier kommen zwey Fälle vor: denn entweder ist angegeben, wie weit die Parallele entfernt seyn solle, oder es ist ein Punct angegeben, durch welchen diese Parallele gehen solle. Und beydes auf dem Feld und Papier.

Auf dem Papier. Ist die Weite gegeben, so nehmet beliebige Puncte A und B auf der Linie, mit der gegebenen Weite ziehet Bögen a und b, und wo diese am höchsten sind, ziehet die Parallele (Tab. II. Fig. 56.). Ist aber der Punct A gegeben, so setzet den einen Fuß des Cirkels in A, und thut ihn so weit auf, bis ein damit gezogener Bogen a die gegebene Linie LM nur berühre. Mit dieser Eröffnung ziehet aus einem beliebigen andern Punct B einen Bogen b, so kann die verlangte Parallele gezogen werden (Tab. II. Fig. 57.)

Anm. Weil man die höchsten Puncte und die Berührung, schwerlich scharf genug finden kann, so ist dieses Verfahren in der Ausübung gar nicht brauchbar.

Anderst (Tab. III. Fig. 58.). Leget die eine Seite des dreyeckigten Winkelmaases, am besten die längste, an die gegebene Linie AB, an eine von den andern das Linial L, haltet das Linial mit der einen Hand fest, mit der andern schiebet das Winkelmaas an dem Linial so weit hinauf, als nöthig ist, so könnet ihr oben darüber die Parallele ziehen.

Auf dem Feld werden aus zwey angenommenen Puncten A und B gleiche grosse Perpendicularlinien gezogen (§. 58), und an deren Ende Stäbe eingesteckt, welche die Parallele abzeichnen (T. II. Fig. 56.)

In

In dem andern Fall wird von A eine Perpendicularlinie auf die Linie LM herunter gefällt (§. 59.) und eine andere in eben der Länge in B aufgerichtet (§. 57.) (Tab. II. Fig. 57.).

§. 62.*

Eine gerade Linie durch einen Wald fortzuziehen (Tab. III. Fig. 66.).

Man verfähret hier wie auf dem Felde, wenn man mit zwey Stäben den dritten in gerader Linie stecken will (§. 56.). Nur hindern die Bäume, daß man nicht durchsehen kann. Es seye A die Dicke eines Baumes, durch welchen die Linie BC von B angezogen werden solle. Ehe man an den Baum kommt, richte man zwey Perpendicularlinien a und b auf von gleicher Länge, mit diesen Puncten stecke man in gerader Linie zwey andere Stäbe jenseit des Baums c und d; auf die Linie cd setze man wieder Perpendicularlinien von gleicher Länge, wie die ersten, so kann man durch die eingesteckte Stäbe e f die Linie fortziehen.

Auf diese Art kann man durch alle andere Körper, die einem im Wege stehen, gerade Linien ziehen.

§. 63.*

Eine gerade Linie durch einen Wald auf einen bestimmten Punct zu ziehen (Tab. III. Fig. 67.)

Es seye von A nach B die Linie AB zu ziehen, da man nun nicht nach B sehen kann: so ziehet auf gerathe wohl eine Linie; trifft sie den Punct B, so ist geschehen, was man verlangte. Trifft sie den Punct B nicht, son-

sondern man kommt etwa bey dem Punct m heraus; so machet, wenn es der Bäume und Gesträuche halben möglich ist, daß Bm auf Am perpendiculär stehe nach §. 59. und richtet bey denen Stäben c e g, die ihr die Linie zu bezeichnen, eingesteckt habt, und nach Beschaffenheit der Umstände 10, 20, 30, und mehr Ruthen gleich oder ungleich weit von einander stehen, Perpendicularlinien auf (§. 58.). Messet sodann die Linie Am, Bm und Ac horizontal; und sprecht nach der Regel de Tri Am giebt Bm, was giebt Ac? so findet ihr die Länge des Perpendiculs cd, und stecket einen Stab in d. Eben so: Am giebt Bm, was giebt Ae? so könnet ihr den Stab f stecken, und so ferner den Stab h u. s. w. Und auf diese Art habt ihr die Linie A d f h B abgesteckt. Liesse sich Bm auf Am nicht perpendicular ziehen; so müßte der Winkel m gemessen, und die Linien dc, fe, hg, &c. unter eben dem Winkel auf die Linie Am gesetzt werden, im übrigen verfährt man, wie im vorigen.

Es wird erst unten vorkommen, was das heisse: eine Linie horizontal zu messen, und wie es geschehen müsse (§. 70.); ingleichem wie ein Winkel gemessen und aufgetragen werden müsse (§. 65.).

§. 64. *

Auf eine gegebene Linie EF einen Winkel zu tragen, der so groß ist, als ein anderer gegebener Winkel ABC (Tab. III. Fig. 68.)

Auf dem Papier. Beschreibt aus B zwischen den Schenkeln des gegebenen Winkels mit beliebiger Eröffnung des Cirkels den Bogen a b. Mit eben dieser

ser Eröffnung beschreibet aus E auch einen Bogen d c. Nehmet die Weite b a, und schneidet eben so viel von dc in c: so könnet ihr durch E und c die Linie ED ziehen, die mit EF den Winkel DEF macht, der dem Winkel ABC gleich ist.

Auf dem Feld (Tab. III. Fig. 69.). Es seye der Winkel CAB auf eine andere Linie zu tragen. Stecket auf die Spitze des Winkels A einen Stab, und einen anderen auf den einen Schenkel in B in beliebiger Weite, doch so, daß die zwey Meßstangen einander erreichen können. Leget eine Meßstange AC auf den andern Schenkel an den Punct A. Die andere Meßstange leget an den Stab B, und bemerket, wo die Stangen einander berühren. Stecket so dann auf der Linie, dahin der Winkel getragen werden soll, eine so grosse Linie mit Stäben ab, als AB genommen worden, und leget die Meßstangen eben so daran, wie sie an dem Winkel gelegen, so habt ihr den verlangten Winkel an der gegebenen Linie.

Man kann auch die Winkel auf dem Papier mit dem Transporteur, und auf dem Feld mit dem Astrolabio messen, und mit eben diesen Instrumenten an die verlangte Linien tragen.

§. 65.*

Einen Winkel von gegebenen Graden auf eine Linie zu tragen.

Auf dem Papier. Leget des Transporteurs Centrum an den Punct, dahin des Winkels Spitze kommen soll, und wo der verlangte Grad auf dem Transporteur ist, machet auf das Papier einen Punct, so

so könnet ihr durch dasselbe den verlangten Winkel ziehen.

Auf dem Feld. Setzet des Astrolabii Centrum mit Hülfe des an das Häcklein gehängten Senkbleyes auf die Spitze des Winkels. Drehet das Astrolabium, bis ihr durch die Dioptern des Diametri den am Ende der Linien eingesteckten Stab sehet, und schraubet es fest. Drehet das bewegliche Linial auf den angegebenen Grad. Visiret durch dessen Dioptern, und lasset einen Stab so einstecken, daß ihr ihn durch die Dioptern sehet, so habt ihr den verlangten Winkel.

Anderst. Beschreibet den verlangten Winkel auf das Papier, so auf das Meßtischlein geklebt worden, schiebet mit Hülfe des Draths das Senkbley gerad unter dessen Spitze, leget das Visier oder Diopternlinial an des Winkels einen Schenkel, und drehet das Tischlein, daß das Senkbley gerad dahin falle, wo des Winkels Spitze seyn solle, und ihr durch die Dioptern den Stab am Ende der Linie erblicket. Leget sodann das Linial an den andern Schenkel, und lasset einen Stab einstecken, daß ihr ihn durch die Dioptern sehet, so ist der Winkel abgesteckt.

§. 66. *

Mit einem gegebenen Radio aus einem gegebenen Centro eine Cirkellinie zu beschreiben.

Auf dem Papier. Daß man den gegebenen Radium in Cirkel nehmen, und damit aus dem gegebenen Centro eine Cirkellinie reissen müsse, ist bekannt.

Auf einem andern Körper, schicket sich der Stangencirkel.

Auf dem Felde. Stecket in das gegebene Centrum einen Stab, und hänget mit einer Schlaufe eine Schnur daran. Nehmet sie so lang, als der Radius seyn soll, und haltet einen kleinen spitzigen Stab daran, so könnet ihr den Cirkel reissen. Sollte aber der Radius sehr groß von 100 und mehr Ruthen seyn; so müssen von dem Centro aus so viel gerade Linien, die dem gegebenen Radio gleich sind, gegen alle Gegenden gezogen (§. 57.), und an ihre Ende Stäbe eingesteckt werden, daß diese Stäbe nach Beschaffenheit der Umstände 10, 20, 30 bis 40 Schuhe von einander stehen, so ist die Cirkellinie gemacht.

**Da aber auf diese Art, wenn der Cirkel sehr groß, 40, 50, und mehr Radii zu ziehen wären, welches sehr mühsam: so kann man sich die Sache folgendermassen erleichtern.

Tab. V. Fig. 91. Nachdem man etwa 8, 10, oder mehr Radios gezogen, so mißt man die Weite der äussersten Puncten a b derer gezogenen Radiorum, halbiret sie, und macht daraus die Quadratzahl, welche man von der Quadratzahl des Radii subtrahiret, und aus dem Rest die Quadratwurzel ziehet, so hat man die Linie g d. Wird g d vom Radio abgezogen, so hat man die Linie d c, die man perpendicular in die Mitte der Sehne a b abstecken kann. Wäre c a noch zu weit von einander entfernet, so verfähret man mit der Sehne c a, wie mit a b, und so weiter, bis man Stäbe genug gesteckt, die die Rundung des Cirkels bezeichnen. Z. E. der Radius seye 300 Ruthen,

die Sehne a b 235°8′1″, so ist das Quadrat von 300°0′0″, 900000000 von der Hälfte der Sehne 117905‴, 13901588025 der Rest 76098411975, die Wurzel 275859‴, folglich d c ist 24°1′4″3‴, da aber c a noch 120°3′5″ ist, so muß man auch dieses halbiren, und wie vorhin fortfahren.

§. 67.**

Durch drey gegebene Puncte eine Cirkellinie zu ziehen (Tab. III. Fig. 74.).

Die drey Puncten seyen ABC. Machet über und unter den Puncten A und B mit gleicher Eröffnung Kreuzbögen, so gehet die dadurch gezogene Linie d f durchs Centrum (§. 53 59.). Eben so verfahret bey den Puncten B und C, so wird das Centrum in D gefunden, wo die zwey Linien einander durchschneiden.

Auf eben diese Art wird auch das Centrum eines Cirkels gefunden, wann es verlohren worden, da man nur in der Peripherie drey Puncten annehmen darf.

§. 68.**

Eine Oval- oder elliptische Linie aus denen gegebenen Diametris zu beschreiben (T. I. Fig. 21.).

Ziehet den grossen Diametrum CD, und durch dessen Mitte den kleinern AB Winkel recht. Nehmet den grossen halben Diametrum in Zirkel, setzet den einen Fuß desselben in A, und schneidet in dem grossen Diametro die Puncte c und b, in welche Stifte eingeschlagen werden. An diese Stifte bindet einen Faden, der so lang ist, als der grosse Diameter, das ist, so lang, als CD, ziehet ihn mit einem Stift straff an, und reisset von A bis C, ingleichem bis D, und von C bis B und D die verlangte Ovallinie.

Anm. Diese Diameter heissen eigentlich Axen.

Sechstes Kapitel
von Ausmessung der Linien und Winkel.

§. 69.

Eine gerade Linie zu messen.

Auf dem Papier. Nehmet die Linie in den Cirkel, und traget sie auf den verjüngten Maasstab, so wird sich zeigen, wie viel sie Ruthen, Schuhe ꝛc. habe. Wäre sie aber grösser, als der Maasstab, so traget den Maasstab mit dem Cirkel so vielmal auf die Linie, als angehet, und was übrig bleibet, messet auf dem Maasstab.

Auf dem Feld. Stellet euch an das Ende der Linie, daß ihr gerad darüber hinaussehen könnet, und haltet die Meßstange dergestalt an dasselbe Ende, daß sie bey euren Füssen auf der Erden aufliege, vornen aber Manns- oder halb Manns hoch erhoben seye, damit ihr sehen könnet, ob sie gerad gegen dem an das andere Ende der Linie gesteckten Stab seye, und lasset sie gemächlich auf die Erde herab. Wann sie lieget, so nehmet die andere, und passet sie genau auf erst gemeldte Art an die liegende, und fahret so fort bis zu Ende. Kommen Bäume in einem Wald, oder sonst etwas in den Weg, so messet die Linie a d, statt der g f (§. 62.), weil sie einander gleich sind (Tab. III. Fig. 66.). Da es aber sehr leicht geschehen, daß ihr euch in Zählung der Ruthen überzählet, so müsset ihr eine ziemliche Anzahl kleiner, etwa einen Schuh oder halb Schuh langer, und einen halben Zoll dicker, un-

ten

ten spitziger Stäblein, die numeriret sind, bey der Hand haben, die ihr etwa in einem Besteck an einem Gürtel um den Leib hängen könnet. So oft nun eine Stange liegt, so stecket an deren Ende ein Stäblein, und zwar erstlich Nro. 1. darnach Nro. 2. ꝛc. einen anderen aber, der die Ruthe aufhebt, und wieder frisch anschlägt, lasset sie wieder in ein Besteck zusammensammeln, so werdet ihr nicht leicht irre werden können.

§. 70.

Eine gerade Linie horizontal zu messen (Tab. III. Fig. 71.).

Es seye die Weite von A bis B über den Berg ABC zu messen; so ist ganz klar, daß, wenn man von A nach C hinauf, und von C wieder herunter nach B mißt, es viel mehr Ruthen geben muß, als wenn man gerad hätte durchmessen können, nämlich von A nach B, welches die Horizontallinie ist. Wenn nun an bergigten Orten, statt der Linie AC und CB die Horizontallinie AB gemessen werden solle, so heißt man es horizontal messen. Man verfähret aber hiebey also: in A steckt man mit Hülfe des Senkbleyes einen Stab senkrecht, und legt die Stange mn horizontal an die Anhöhe n und den Stab a; so hat man die erste Horizontalruthe, weil mn so groß ist als Af. In n steckt man wieder einen Stab b, und legt daran die Stange pq, wie vorhin, so hat man die zweyte Ruthe; und so fähret man fort bis zu dem Punct C, und von da bis herunter zu dem Punct B. Das Augenmaas ist hinreichend, die Stange horizontal zu legen, weil es nichts beträgt, ob sie an dem Stab ein oder zwey Zoll über oder unter die wahre Horizontallage

kommt. Will man aber auch zugleich die ganze Höhe des Berges CD wissen, so muß sie auf das genaueste horizontal gelegt werden, da man sodann Am, np, qr und xy mißt und addirt, welches die verlangte Höhe giebt. Die Stange genau horizontal zu legen, wird entweder eine Bleywaage erfordert, oder es wird ein Stück ab ohngefähr einen Schuh lang, und von gleicher Dicke, mit dem Stab an die Stange winkelrecht befestiget, womit sie mit dem Stab cd perpendicular geleget werden kann (Tab. III. Fig. A). Daß die Stange nicht nur bis an den Stab, sondern über denselben herüber geleget werden müsse, ist vor sich klar: denn sonst würde man so viel Stab Dicken zu wenig bekommen, so viel als Stäbe sind.

Man wird von selbsten einsehen, daß die Weite zweyer Berge KL auf gleiche Art gemessen werde, da man von K herunter bis M, und von M hinauf bis L horizontal misset (Tab. III. Fig. 72.).

Bey diesem Messen muß man beständig in der Verticalfläche, die durch AB gehet, bleiben. Wenn man sich nämlich vorstellt eine ebene Fläche stünde auf dem Horizonte senkrecht auf AB, so würde solche den Berg in AnqrBC schneiden, und man muß aus ihr nicht zur Rechten oder Linken abweichen.

§. 71.*

Einen vorgegebenen Winkel zu messen.

Auf dem Papier. Leget das Centrum des Transporteurs an die Spitze des Winkels, und dessen Diametrum an den einen Schenkel: so wird der andere

dere Schenkel an den Transporteur zeigen, wie viel der Winkel Grad halte.

Auf dem Felde. Stellet des Astrolabii Centrum mit Hülfe des Senkbleyes auf die Spitze des Winkels; drehet dessen Diametrum, bis ihr durch seine Dioptern den auf dem einen Schenkel des Winkels eingesteckten Stab sehet, und schraubet das Astrolabium fest. Drehet das Diopternlinial ebenfalls, daß ihr den auf dem andern Senkel eingesteckten Stab durch die Diopteru sehet; so wird dieses Linial die verlangte Grade auf dem Astrolabio anzeigen.

Anderst. Stellet das Meßtischlein auf die Spitze des Winkels, und schlaget perpendicular über der Spitze eine Stecknadel auf das Tischlein, welches mit Hülfe des Senkbleyes, so mit dem Drath an das Tischlein gesteckt wird, geschiehet. Leget das Diopternlinial an die Nadel, visirt nach dem auf den einen Schenkel gesteckten Stab, und ziehet an der Schärfe des Linials eine Linie. Eben so verfahret auf dem andern Schenkel des Winkels, so ist der Winkel auf dem, auf das Tischlein gespannten Papier abgezeichnet, den ihr hernach mit dem Transporteur messen könnet.

Einen Verticalwinkel zu messen, z. E. den Winkel BAC, den die Höhe BD, wenn sie aus A gesehen wird, mit der Horizontallinie AC machet (Tab. III. Fig. 73.).

Stellet das Astrolabium vertical, und visiret durch die Diopteru des Diametri gegen die Höhe B, und hänget an das Centrum des Astrolabii ein Senkbley: so wird dessen Faden die Grade eines stumpfen Winkels abschneiden, von welchem ihr nur 90° abziehen

hen dörfet, so habt ihr die verlangte Grade des Winkels. Denn der Winkel BAn enthält den rechten Winkel nAC und CAB.

Anderst. Stellet das Tischlein F vertical (Tab.V. Fig. 84.), schlaget eine Stecknadel darein in D, leget das Visierlinial daran, visiret nach der verlangten Höhe AB, ziehet nach dem Linial eine Linie Db, und durch die Stecknadel D mit Hülfe der Bleywaage eine Horizontallinie Df, so könnet ihr mit dem Transporteur den gezogenen Winkel messen. Am bequemsten wird die Horizontallinie Df gezogen, wenn man auf die obere Seite des Tischleins eine Bleywaage setzet, und sodann mit dieser Seite durch den Punct D eine Parallele ziehet.

§. 73.*

Aus dem gegebenen Diametro des Cirkels seine Peripherie zu finden.

Sprechet nach der Regel de Tri, 100 giebt 314, (oder 7 giebt 22, oder 113 giebt 355), was giebt der gegebene Diameter? so findet ihr die Peripherie (§.56).

der Diameter seye 7°.

100——314——7
7
2198 giebt $21\frac{98}{100}$

Da hier mit 100 dividirt werden sollte, so sollten die zwey letzteren Ziffern 98 abgeschnitten, und zum Bruch $\frac{98}{100}$ gemacht werden, welches $\frac{9}{10}$ und $\frac{8}{100}$, das ist: 9′ und 8″ giebt. Hieraus ist klar, daß man jederzeit, wenn 314 mit der Fragzahl multiplicirt worden, nur auf die dritte

dritte Ziffer vom Ende das Zeichen der Fragzahl setzen dörfe, auf die ohneins letzte das folgende, u. s. w. hier 21°9′8″. Woraus der Vortheil von der Ludolphischen Proportion im Decimalmaas erhellet (§. 56).

Hieraus lassen sich folgende Exempel rechnen:

1. Vom Mittelpunct der Erde bis zum Mittelpunct der Sonne sind in der mittleren Weite 18920000 Meilen, folglich ist der Diameter der Sonnenbahn, wenn sie sich in 24 Stunden um die Erde bewegte, 37840000 Meilen, was für einen Weg muß sie in 24 Stunden machen? Antwort: 118817600 Meilen, folglich in einer Minute $82512\frac{2}{9}$ Meilen, und in einer Secunde oder Augenblick $1375\frac{11}{54}$ Meilen.

2. Ein Rad an einem Wagen seye 5 Schuh hoch, was für einen Weg macht es, wenn es sich einmal herumdrehet, und wie vielmal muß es sich in einer Meil Wegs oder 24000 Schuhen herumdrehen? Antw. 15′7″, und muß sich in einer Meile 1528mal umdrehen.

3. Ein Hut $\frac{9}{8}$ Ellen weit, wie viel braucht man zu einer Borde darum? Antwort $3\frac{1}{2}$ Ellen und noch ein halb Sechzehentheil.

§. 74.*

Aus der gegebenen Peripherie des Cirkels seinen Diametrum finden.

Sprechet nach der Regel de Tri: 314 giebt 100, (oder 22 giebt 7, oder 355 giebt 113), was giebt die gegebene Peripherie (§. 56.)?

Die Peripherie seye 24'

314 —— 100 —— 24

```
              100
             ————
             2400 (7
             2198
             ————
              202
```

Hänget an den Rest eine 0 für die Zolle, eine für die Linien, und wenn ihr wollet, eine für die Scrupel rc. so könnt ihr fort dividiren, und bekommet das verlangte Decimalmaas.

314 —— 100 —— 24

```
              100 (7'6''4'''3''''
             ————
             2400
             2198
             ————
             2020
             1884
             ————
             1360
             1256
             ————
             1040
              942
             ————
               98
```

Dieses läßt sich in folgenden Exempeln anwenden.

1. Es soll ein Kammrad von 100 Kammen gemacht werden, daß die Kammen $1\frac{1}{4}$ Zoll von einander, und jeder

jeder 1 Zoll dick seye, wie groß muß des Rades Diameter seyn? Antw. 7175''''.

2. Auf ein Blat Papier, welches 4 Zolle breit, ist eine Sonnenuhr gezeichnet, die auf einem Cylinder gepapt werden soll, wie groß muß der Diameter des Cylinders seyn? Antw. 127''''.

3. Wenn ein Mensch um den ganzen Erdboden herum reiset, so laufen sowohl seine Füsse als sein Kopf einen Cirkel durch, aber der Kopf einen grössern, wenn er nun 6' lang ist, um wie viel einen grössern Weg wird der Kopf machen, als die Füsse? Antw. um 3768'''' (§. 56. N. 2.)

§. 75.*

Wenn der Diameter oder Peripherie des Cirkels bekannt ist, die Grösse eines Grades zu finden.

Es hat zwar jeder Cirkel 360°: allein je grösser die Peripherie, je grösser sind die Grade. Man darf also nur die Peripherie, wenn sie bekannt ist, in 360 dividiren; so hat man die Grösse eines Grads, ist aber nur der Diameter bekannt, so sucht man vorher die Peripherie (§. 73.).

Z. E. der Umkreis der Erde ist 5400 Meilen.

```
360 ( 540 ( 150
       36
     -----
      180
      180
     -----
```

also beträgt ein Grad auf der Erde 15 Meilen, eine Minute $\frac{1}{4}$ Meile oder 6000 Schuh, eine Secunde 100 Schuhe 2c.

Sollte

Sollte man die Grösse mehrerer Grade zusammen genommen finden; müßte man sprechen: 360 giebt die Grösse der Peripherie, was die gegebene Grade?

§. 76.*

Aus der gegebenen Höhe DC eines Abschnitts und der Sehne AB, den Diametrum CE zu finden (Tab. II. Fig. 55.).

Sprechet nach der Regel de Tri die Höhe DC giebt die halbe Sehne BD, was giebt eben diese halbe Sehne BD? so bekommt ihr das Stück des Diametri DE, zu welchem DC addirt, den verlangten Diametrum giebt (§. 54)

Dieses ist in der Baukunst zu gebrauchen, wenn AB die Breite einer Thür wäre, und DC die Höhe des Bogens, mit welcher sie überwölbet werden sollte, das Centrum zu dem Bogen zu finden.

§. 77.*

Es ist noch übrig, diejenige Linien zu messen, zu denen man entweder gar nicht, oder nur zum Theil kommen kann. Um dieses zu bewerkstelligen, muß man allemal zu den zwey Endpuncten der Linie, die gemessen werden soll, einen dritten Punct nach Belieben und Beschaffenheit des Orts annehmen, welcher mit den ersten zweyen einen Triangel macht, und an solchem Triangel entweder einen Winkel und zwey Seiten, oder zwey Winkel und eine Seite messen. Sollte es nicht geschehen können; so muß man durch Annehmung eines weitern Puncts einen weitern Triangel machen, an welchem man die gemeldete Stücke messen kann. Hat man sie gemessen, so darf man

nur den Triangel entweder in gleicher Grösse auf dem Feld, oder nach dem verjüngten Maasstab aufs Papier auftragen, und sodann die verlangte Linie daran messen (§. 52.). Wer sich dieses recht bekannt macht, wird sich in allen Fällen zu helfen wissen. Es giebt aber eigentlich nur drey Fälle: denn entweder kann man zu beyden Enden der Linie kommen, oder nur zu einem oder zu keinem; massen eine Höhe zu messen, zu der man kommen kann zu dem zweyten, und eine, dazu man nicht kommen kann, zu dem dritten Fall gehöret.

Wie nun dieses geschehen soll, wollen wir jetzt zeigen, und nur drey Arten erwählen, da es deren gar viel mehr giebt, nämlich ohne Instrumenten, und mit Instrumenten, und letzteres sowohl mit dem Tischlein als Astrolabio.

§. 78.*

Die Weite zweyer Oerter zu messen, zu deren beyden man kommen kann, aber nicht gerad von einem zu dem andern (Tab. III. Fig. 75.).

Es seye die Seite von A bis B zu messen. Machet durch Einsteckung eines Stabs in einem beliebigen Punct C einen Triangel, an welchem der Winkel ACB, und die Linien AC und BC gemessen werden können. Dieser Triangel wird zurückgetragen, da CE so lang als AC gemacht, und in E ein Stab in gerader Linie mit AC eingesteckt wird, und eben so CD so lang als BC. Wo sich sodann der Winkel DCE selber so groß, als ACB ergiebt (§. 46.) und DE so lang als AB wird.

Man

Man kann auch nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ꝛc. von denen Linien AC und BC zurücktragen, so wird alsdenn die Linie DE auch nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ꝛc. von AB seyn.

Nach §. 62. läßt sich auch verfahren.

Anderst. (Tab. IV. Fig. 76.) Nachdem ihr das Tischlein mit Papier bezogen, so setzet es an einen beliebigen Punct, daraus ihr die Linien aB und aC messen könnet, und schlaget in a eine Stecknadel, leget das Linial an a, und visiret nach B und C, und ziehet die Linien ab und ac. Merket den Punct a durch das mit dem Drath angeschobene Senkbley auf dem Boden, und messet die Bodenlinien aB und aC. Traget diese Linien nach dem verjüngten Maasstab auf das Tischlein als ab und ac, so könnet ihr die Linie bc messen: denn so viel diese nach dem verjüngten Maasstab hat, so viel hat die Linie BC im grossen.

Hier soll ein vor allemal gesagt seyn, daß in die Puncte, an welche das Diopternlinial gelegt werden soll, Nadeln gesteckt werden, damit man es desto besser an ihnen herum drehen könne, und daß das Senkbley (Tab. II. Fig. 43.) mit Hülfe des Draths a b c unter alle Puncten des Tischleins nach Erfordern der Umstände geschoben werden müsse, um auf dem Boden den Punct zu haben, der auf dem Tischlein gezeichnet ist.

Anderst. Stellet das Astrolabium in die Stelle des Tischleins, messet den Winkel BaC, und die beyde Linien Ba, Ca, und traget mit dem Transporteur den Winkel auf ein Papier, dessen Schenkel nach dem verjüngten Maasstab so groß gemacht werden, als die gemessene Linien Ba und Ca, so wird eben der Triangel

bac herauskommen, wie auf dem Meßtischlein, an welchem die Linie bc gemessen werden kann.

Es verstehet sich von selbsten, daß die Linien nach dem verjüngten Maasstab und die Winkel mit dem Transporteur auf das Papier getragen werden; um deswillen werden wir es in Zukunft als bekannt voraussetzen.

§. 79.*

Die Weite zweyer Oerter zu messen, zu deren einem man nur kommen kann (T. IV. Fig. 77.).

Es seye zu messen die Linie AB, da man zwar zu B, aber nicht zu A kommen, doch dahin sehen kann. Setzet das Scheiblein in B, und stecket mit einem Stab in beliebiger Weite in C eine Perpendicularlinie ab auf AB. Verlängert die Länge BC, daß CD so groß seye, als BC. Setzet das Scheiblein auch in D, und bezeichnet die Perpendicularlinie DE mit einem Stab in E. Gehet sodann von C gegen F zurück, daß ihr immer C und A in gerader Linie sehet, bis ihr auch ED in gerader Linie sehet, und stecket in F einen Stab ein, der sowohl mit DE als AC in gerader Linie seye, so ist DF so groß, als AB (§. 52.). Litte die Lage des Orts in B keinen rechten Winkel, sondern einen schiefen; so verführe man zwar eben so, nur müßte in D eben ein solcher Winkel gemacht werden, wie in B (§. 64.).

Anderst. Nachdem ihr in C einen Stab, wie erst gemeldet, eingestecket; so machet auf BC in einem beliebigen Punct b eine Perpendicularlinie ab, daß der in a eingesteckte Stab mit AC in gerader Linie seye. Messet die Linien Cb, ab und BC, und sprechet nach

der

der Regel de Tri; Cb giebt ab, was giebt BC? so findet ihr die verlangte Linie (§. 51. Zus.).

Anderst. Stellet das Tischlein in B (Tab. IV. Fig. 78.), visiret von dem angenommenen Punct b, nach A und nach einem in C nach Belieben eingesteckten Stab, und ziehet den Winkel a b c. Unter den Punct b stecket mit dem Senkbley einen Stab, und messet die Linie b C. Diese traget nach dem verjüngten Maasstab auf dem Tischlein aus b in c. Traget das Tischlein an die Stelle des Stabs C, daß der Punct c gerad auf den Ort, wo er gestanden, falle. Leget das Linial an die Linie b c, und drehet das Tischlein, bis ihr durch die Dioptern den Stab B sehet, und schraubet es fest, visiret sodann von c nach A, und ziehet die Linie a c, so schneidet sich die Linie a b ab, die nach dem verjüngten Maasstab so viel hält, als AB.

Anderst. Messet mit dem Astrolabio an dem Triangel ABC die Winkel B und C (§. 71.), und die Linie BC. Traget die Linie BC auf ein Papier, und an deren beyde Ende die Winkel, so giebt sich der Triangel a b c, wie auf dem Tischlein, daran die Linie a b gemessen werden kann.

§. 80.*

Die Weite zweyer Oerter zu messen, zu deren keinem man kommen kann (Tab. IV. Fig. 79.)

Es seye jenseit eines Flusses die Weite AB zu messen. Stellet in einen beliebigen Punct D das Scheiblein, visiret nach A und nach E, da ihr durch euren Gehülfen einen Stab einstecken lasset. Machet, daß BE auf DE perpendicular seye (§. 59.), und stecket

cket in D und E Stäbe. Gerad in die Mitte der Linie DE stecket den Stab C, und gehet zurück, bis ihr den Stab F in gerader Linie mit DA und CB stecken könnet, und so auch den Stab G mit AC und EB: so wird die Weite FG so groß seyn, als AB.

Anderst. Nachdem die Stäbe D, C und E, wie erst gemeldet, gesteckt worden; so stecket in beliebiger, aber gleicher Weite von C Stäbe in d und e, und machet auf solche Perpendicularlinien da und eb, daß der Stab in a mit CA, und der in b mit CB in gerader Linie stehe. Messet Cd, CD, Ca, und ab, und sprechet nach der Regel de Tri: Cd giebt Ca, was CD? so findet ihr die Linie AC. Sprechet ferner: Ca giebt ab, was giebt AC? so habt ihr AB (§. 51. Zus.).

Anderst. Stellet das Meßtischlein in C, und einen Stab in D, visiret aus dem Punct c nach A, B und D; so könnet ihr die Linien ac, bc und dc ziehen (Tab. IV. Fig. 80.). Stecket einen Stab unter c, und messet die Linie CD, die ihr aus c in d traget. Stellet das Tischlein, daß d über D komme, und die Linie cd durch das Visirlinial gegen C gerichtet seye: so könnet ihr auch die Linie ad und bd ziehen, wodurch sich die Linie ab ergiebt, die nach dem verjüngten Maasstab, so groß als AB.

Anderst. Statt des Tischleins stellet das Astrolabium erstlich in C, darnach in D, und messet bey C die Winkel DCB und DCA, und bey D die Winkel CDA und CDB. Messet die Linie CD, traget sie aufs Papier, und an deren einem Ende die gemessene Winkel DCB und DCA, an dem anderen die Win-

kel CDA und CDB: so kann die Figur acdb, wie auf dem Meßtischlein ausgezogen, und an derselben die Linie ab gemessen werden.

Die beyde Winkel DCB und DCA können auf einmal gemessen werden. Wenn des Astrolabii Centrum auf C, und dessen Diameter gegen D gerichtet und fest geschraubet wird: so wird das Linial gegen B gerichtet den Winkel DCB und gegen A gerichtet den Winkel DCA abschneiden.

Weil die beyden Winkel DCA und ADC durch die Linien CA und DA den Punct A, und die beyden Winkel CDB und DCB durch die Linien CB und DB den Punct B bestimmen; so können auch 3, 4, 5 und mehrerer Puncten Weite auf diese Art auf einmal gefunden werden. Wenn man demnach (Tab. III. Fig. 72.) in einem Land zwey Berge annimmt K und L, und ihre Weite misset (§. 70.); so dann von den Puncten K und L gegen alle umliegende Oerter visiret, und die Winkel merket: so kann eine ganze Gegend gar leicht in Riß gebracht, und eine Charte davon verfertiget werden.

§. 81.*

Eine Höhe AB zu messen, zu der man kommen kann (Tab. IV. Fig. 81.)

Stecket einen Stab CD senkrecht in einem beliebigen Punct D ein; mit einem andern, der 2 bis 3 Schuh kürzer ist, gehet gerad zurück, bis ihr über dessen Höhe E, und des andern Höhe C die Höhe A in gerader Linie sehet, und steckt ihn gleichfalls senkrecht ein. Messet die Weite der beyden Stäbe DF, und die

die Weite BF von der zu messenden Höhe, und sprechet nach der Regel de Tri: DF oder HE giebt HC, um wie viel nämlich ein Stab länger als der andere; was giebt BF? so habt ihr die Höhe GA, zu welcher ihr noch GB oder EF addiren müsset. Wäre etwa wegen Ungleichkeit des Bodens EF nicht so groß als GB; so könnet ihr von E nach B sehen, und den Punct x, dadurch ihr B erblicket, bemerken, und sprechen: HE giebt Hx, was EG oder BF? so findet ihr GB.

Anderst. (Tab. IV. Fig. 82.) Setzet das Tischlein vertical (§. 72) in einem beliebigen Punct C; visiret aus einem angenommenen Punct c nach A, und ziehet die Horizontallinie c b. Messet CB, traget sie aus c in b, und richtet in b ein Perpendicul auf, so ist ab so groß, als AD, dazu ihr noch DB addiren könnet.

Anderst. Setzet an die Stelle des Tischleins das Astrolabium vertical, messet den Winkel AcD und die Linie CB, traget auf ein Papier die Linie CB, und an deren einem Ende den Winkel AcD, an das andere eine Perpendicularlinie, so giebt sich der Triangel abc, wie auf dem Tischlein, daran ihr die Linie a b messen könnet.

Anderst. Stecket bey Sonnenschein einen Stab senkrecht ein, messet seinen Schatten, seine Höhe, und auch den Schatten der Höhe, die gemessen werden soll. Sprechet nach der Regel de Tri: der Schatten des Staben giebt die Höhe des Stabes, was giebt der Schatten der zu messenden Höhe?

§. 82. *

Eine Höhe AB zu messen, zu deren man nicht kommen kann (Tab. IV. Fig. 83).

Stecket zweymal zwey Stäbe in gerader Linie mit der Höhe hinter einander ein, wie §. 81 nach der ersten Art, daß aber die beyden kleineren e c und ka, ingleichen die beyden grössern gd und hb vollkommen gleich hoch, und gh und ek harizontal seyen. Da nun ka nothwendig näher bey hb, als ec bey gd seyn muß, so ziehet die Weite ab von der Weite cd ab, und messet zugleich die Weite der kleinen Stäbe ca, sprechet sodann: der Unterschied der beyden Weiten cd und ab=ef giebt hm, um wie viel nämlich ein Stab höher, als der andere; was giebt die Weite der beyden kleinern Stäbe ca? so habt ihr die Höhe AB, dazu noch die Höhe eines der kleineren Stäbe ec addirt werden muß.

Anderst. (Tab. IV. Fig. 82) verfahret, wie §. 81, weil ihr aber von C nach B nicht kommen könnet, so messet diese Linie nach §. 79.

Anderst. (Tab. V. Fig. 84). Setzet das Tischlein in F, wie §. 81, und verfahret damit auch eben so, daß ihr darauf den Winkel bdf bekommet. Setzet das Tischlein gerad gegen der zu messenden Höhe AB in G, und messet die Linie FG, die auf dem Tischlein aus d in f getragen werden muß. Visiret aus f gegen A, und ziehet die Linie bf, aus b aber lasset das Perpendicul bg fallen, welches die verlangte Höhe, zu der die Höhe des Tischleins addirt werden muß.

Anderst.

Anderst. An die Stelle des Tischleins stellet das Astrolabium, und messet die Winkel Adf und Afd samt der Linie GF. Machet daraus auf einem Papier den Triangel bdf, und fället auf die ausgezogene Basin das Perpendicul bg, so kommt die Figur heraus, wie bey dem Tischlein.

§. 83. *

Die Höhe eines Thurns auf einem Berg zu messen.

Messet erstlich die Höhe des Thurns samt dem Berg, darnach die Höhe des Bergs allein (§. 82), ziehet letzteres vom ersteren ab, so habt ihr die verlangte Höhe des Thurns.

Siebendes Kapitel

von Theilung der Linien und Winkel.

§. 84.

Eine Linie AB in zwey gleiche Theile zu theilen (Tab. V. Fig. 85).

Auf dem Papier. Setzet den Cirkel auf die beyden Endpuncten A und B, und machet über und unter der Linie mit gleicher Eröffnung Kreuzbögen in C und D. Leget das Linial an die Durchkreuzung der Bögen, so theilet solches die Linie in E in zwey gleiche Theile.

Anderst. (Tab. V. Fig. 86). Nehmet nach dem Augenmaas die Hälfte in Cirkel, und schneidet damit die Linie aus A und B in c und d. Treffen die zwey Schnitte überein; so habt ihrs gleich getroffen; treffen sie aber nicht überein; so ist die Mitte zwischen c und d leicht nach dem Augenmaas zu finden.

Anderst. Messet die Linie auf einem genau verfertigten künstlichen verjüngten Maasstab Dividiret das gefundene mit 2, und nehmet diese Hälfte auf eben dem Maasstab; so ist geschehen, was man verlangt.

Auf dem Felde. Spannet von einem Ende der Linie bis zum anderen eine Schnur, leget sie doppelt zusammen, so habt ihr die Hälfte, die ihr auf der Linie abstecken könnet.

An-

Anderst. Messet die Linie; halbiret die gefundene Länge; und traget diese Hälfte auf die Linie; so ist sie in zwey gleiche Theile getheilet.

§. 85.*

Auf dem Papier eine Linie mit einer Eröffnung des Cirkels in drey gleiche Theile zu theilen (Tab. V. Fig. 87).

Nehmet die Linie AB in Cirkel, und machet mit dieser Eröffnung aus A und B unter und über derselben Kreuzbögen in C und D. Reisset aus D mit eben dieser Eröffnung den Bogen AEG, und traget in denselben den Radium zweymal, nämlich aus A in E, und aus E in G. Leget das Linial an C und G, so schneidet es in H den dritten Theil ab.

§. 86.

Eine jede Linie in so viel Theile zu theilen, als man verlangt (Tab. V. Fig. 88).

Auf dem Papier. Ziehet aus A unter einem beliebigen Winkel und in beliebiger Länge die kleine Linie AC. Mit AC ziehet aus B eine Parallele BD (§. 61), oder machet den Winkel B so groß, als den Winkel A (§. 64). Traget auf die Linie BD die kleinere AC einmal weniger, als es Theile geben soll, z. E. wenn es vier Theile geben soll, so traget AC dreymal auf BD; und leget das Linial an C und D, so schneidet solches in E den verlangten Theil AE ab.

Anderst. Messet die Linie auf dem Maasstab; dividiret ihr Maas mit der Zahl der Theile: so wisset

set ihr, wie groß ein verlangter Theil seye, den ihr von dem Maasstab auf die Linie tragen könnet. Z. E. die Linie seye 7845‴, und solle in fünf Theile getheilet werden, so giebt ein Theil 1569‴, welches von der Linie fünfmal abgeschnitten werden kann.

Auf dem Felde. Messet die Linie, und verfahret, wie auf dem Papier, nur daß ihr statt des verjüngten Maasstabes die Meßstange nehmet.

Es ist nicht leicht ein Cirkel so scharf, daß, wenn man auf dem Maasstab den gefundenen Theil nimmt, und ihn auf die Linie so vielmal traget, als nöthig ist, sich nicht sollte öfters ein Fehler ergeben; denn wenn der Cirkel nur um ein unmerkliches mehr oder weniger offen, als es seyn sollte; so vervielfältiget sich der Fehler bey 10, 20, 30maligem Umschlagen des Cirkels dergestalt, daß es sehr merklich wird. Um deswillen muß man, wenn es sich der Zahl halben thun läßt, erstlich grössere Theile machen, und diese wieder in kleinere Theile theilen, bis man die verlangte hat. Z. E. es sollte eine Linie in 100 Theile getheilet werden: so theilet man sie zuerst in fünf Theile, einen jeden in zwey, so hat man 10; jeden wieder in fünf, so hat man 50, und denn jeden von diesen in zwey, so hat man die verlangte 100 Theile. Eben so, wenn man von einer Linie z. E. 10, 20 ꝛc. Theile abgeschnitten, und man soll von einer andern eben diese Theile abschneiden; so hüte man sich, daß man den Zirkel nicht zu, oder weiter aufmache, weil es schwer hält, ihn genau wieder so weit zu eröffnen, als er offen gewesen, sondern man lasse ihn in seiner Stellung, und brauche indessen einen andern, wenn es nöthig ist.

§. 87. *

§. 87. *

Eine Linie auf dem Papier 1000 Theile zu theilen.

Theilet sie zuerst in 10 Theile, und den äussersten wieder in 10 Theile (§. 86). Ziehet sodann in gleicher Weite 10 Parallellinien und verfahret vollkommen, wie beym künstlichen verjüngten Maasstab gezeiget worden (§. 33) (Tab. I. Fig. 36). Denn die Linie AB schneidet von der ersten Parallele $\frac{1}{1000}$, von der zweyten $\frac{2}{1000}$ ꝛc.

Bey Verfertigung der Visirstäbe ist diese Eintheilung in 1000 Theile unumgänglich nöthig.

§. 88. *

Einen Winkel in zwey gleiche Theile zu theilen (Tab. V. Fig. 89).

Schneidet die beyden Schenkel des Winkels mit beliebiger, doch gleicher Eröffnung des Cirkels aus der Spitzen A in B und C, und machet wieder mit gleicher Eröffnung Kreuzbögen in D; so kann mit dem Linial durch A und D der Winkel in zwey gleiche Theile getheilet werden.

Dieses giebt ein Mittel verschiedene Winkel ohne Instrumenten aufzutragen. Eine Perpendicularlinie macht einen Winkel von 90 Grad, wird er in zwey Theile getheilet, so hat man 45°, weiter 22°, 30′, und 11°, 15′. Setzet man 22°, 30′, und 11°, 15′, zusammen, so hat man 33°, 45′ ꝛc. Ferner wird ein Bogen gemacht und mit dem Radio abgeschnitten, hat man einen Winkel von 60° (§. 55. Zus. 2), woraus

 die

die Winkel von 30°, 15°, 7°, 30′, 3°, 45′ durch halbiren, und durch Zusammensetzen von 18°, 45′, 37°, 30′ rc. gemacht werden können.

§. 89.*

Einen Cirkelbogen in zwey gleiche Theile zu theilen (Tab. V. Fig. 90).

Dieses geschiehet vollkommen, wie eine gerade Linie in zwey Theile getheilet wird (§. 84). Hat man aber das Centrum des Bogens, so hat man die Kreuzbögen B nicht nöthig, sondern man kann das Linial nur an A und das Centrum anlegen.

§. 90.*

Die Peripherie eines Cirkels in gleiche Theile zu theilen.

Wie ein halber Cirkel in 180, und folglich ein ganzer in 360 Theile zu theilen seye, ist §. 36 gelehret worden, und eben also verfährt man, so der Cirkel in mehr oder weniger Theile zu theilen ist, wann sich nämlich die Zahl, darein der Cirkel zu theilen, sich in kleinere Theile dividiren lässet.

Anderst. Dividiret die Zahl, nach welcher die Peripherie zu theilen ist, in 360; so habt ihr die Grade, die auf einen Theil kommen. Traget mit dem Transporteur an das Centrum des Cirkels einen Winkel ACB, der die gefundene Grade hat (Tab. V. Fig. 92), ziehet dessen Schenkel aus, bis sie die Peripherie in D und E schneiden, so ist DE der verlangte Theil, den ihr in der Peripherie herumtragen könnet.

An=

Anderst. Setzet nach der Regel de Tri 10000 giebt aus nachfolgender Tabelle die Zahl, die neben den verlangten Theilen stehet; was giebt der Radius des Cirkels, den ihr theilen wollet? die genommene Zahl nehmet auf dem Maasstab mit dem Zirkel, und traget sie in der Peripherie herum.

Z. E. Ihr wollet einen Cirkel, dessen Radius 25' ist, in 9 Theile theilen, so stehet es also:

```
10000——6840——25
          25
     ─────────
        34200
       1368
     ─────────
       17,1000
```

Diese traget in der Peripherie herum. Ihr dörfet euch aber nicht wundern, wenn es bisweilen nicht genau eintrifft, weil die Spitzen des Cirkels kein mathematisches Punct machen, sondern gar leicht um ein unmerkliches zu viel oder zu wenig eröffnet werden, welcher Fehler sich denn durch das vielmalige Umschlagen gar sehr vermehret (§. 86).

Theile

Theile		Theile		Theile	
3	17320	23	2723	55	1142
4	14142	24	2610	60	1047
5	11755	25	2507	65	966
6	10000	26	2410	70	897
7	8677	27	2322	75	837
8	7653	28	2239	80	785
9	6840	29	2162	85	738
10	6180	30	2090	90	698
11	5635	31	2023	95	667
12	5176	32	1960	100	628
13	4786	33	1901	200	314
14	4450	34	1845	300	209
15	4158	35	1794	400	157
16	3902	36	1743	500	125
17	3677	37	1696	600	105
18	3473	38	1651	700	90
19	3292	39	1609	800	78
20	3129	40	1569	900	69
21	2981	45	1395	1000	63
22	2846	50	1255	2000	31

§. 91.*

Den Radium des Cirkels zu finden, dessen Peripherie durch eine gegebene Sehne in verlangte gleiche Theile getheilet werden soll (Tab. V. Fig. 93).

Ziehet die gegebene Sehe AB, dividiret 360° mit der Zahl, worein die Peripherie getheilet werden soll. Z. E. in 8, so habt ihr 45°, diese ziehet ab von 180°, giebt 135°, diese halbiret, giebt $67\frac{1}{2}$, traget mit dem Transporteur einen Winkel, der die gefundene Grade hat,

hat, auf beyde Ende A und B der gegebenen Sehne, nämlich CAB und CBA : so findet ihr das Centrum in C, und den Radium CA, mit welchem ihr einen Cirkel ziehen könnet, in dessen Peripherie die Sehne AB nach unserm Exempel achtmal herumgehet.

Anderst. Suchet in der Tabelle (§. 90) die Zahl auf, die neben den Theilen stehet, darein die Peripherie getheilet werden solle. Sprechet: diese Zahl giebt 10000; was giebt die gegebene Sehne? so findet ihr den Radium.

Z. E. die Sehne seye 3° 5′, und soll in der Peripherie zwölfmal herumgehen, so stehet es also:

```
5176——10000——35
          10000 ( 6°7′6″1‴
          ------
          350000
          31056
          ------
           39440
           36232
           ------
            32080
            31056
            ------
             10240
              5176
             ------
              5064
```

Anderst. (Tab. V. Fig. 94) Dividiret 6 in die Zahl, wie viel es Theile geben soll, z. E. 26 giebt 4, und bleiben 2 übrig. Traget auf eine Linie AB die gegebene Sehne viermal, weil der Quotient 4 gewesen. Theilet die gegebene Sehne A 1 in 6 gleiche Theile, und nehmet von denselben so viel, als nach der Division

sion übrig geblieben, hier 2, und traget sie auch noch auf die Linie aus 4 in B. Mit AB beschreibet einen Bogen BD, in welchen ihr die gegebene Sehne A1 auch so vielmal, als auf AB tragen müsset, und endlich noch die zwey Theile von 4 bis B, auch von 4 bis in E. Nehmet die Sehne EB zum Radio, und beschreibet damit aus A eine Peripherie, so wird die gegebene Sehne A1 so vielmal herumgehen, als ihr verlanget, nach unserm Exempel 26mal. Bliebe beym Dividiren nichts übrig, so wäre der Theil 4B und 4E nicht nöthig.

Diese letztere Art ist zwar nach mathematischer Schärfe nicht richtig, in der Praxi aber trifft sie genau genug ein.

Achtes

Achtes Kapitel

von den Maasen in der Planimetrie.

§. 92.

Wie man in der Longimetri zu Ausmessung der Längen oder Linien, Ruthen, Schuhe, Zolle ꝛc. zum Maas angenommen; so nimmt man in der Planimetrie zu Ausmessung der Flächen eben auch Ruthen, Schuhe, Zolle ꝛc. zum Maas an, allein es müssen Flächen seyn, und insbesondere Quadrate, nämlich Quadratruthen, die eine Ruthe lang und breit, Quadratschuhe, die ein Schuh lang und breit, Quadratzolle ꝛc. sie werden auch Kreuzruthen, Kreuzschuhe ꝛc. genennet. Man wird aber aus der Fig. 95 leicht ersehen, daß wenn gleich die Ruthe in der Länge z. E. 12 Schuhe halte, deswegen in den Flächen oder Quadratmaaß die Quadratruthe nicht auch 12 Quadratschuhe halte; sondern daß die obere Reihe AB 12 Schuhe habe, und 12 dergleichen Reihen seyen, folglich die Quadrathruthe 12mal 12 Quadratschuhe, das ist 144 halte. Eben so hat die sechszehnschuhige Ruthe 16mal 16, das ist: 256 Quadratschuhe, der □Schuh in beyderley Maas 144 □Zoll, der □Zoll 144 □Linien oder Gran, die □Linie 144 □Scrupel, die geometrische oder Decimalruthe aber hat 100 Quadratschuhe. Der □Schuh 100 □Zoll, der □Zoll 100 □Linien ꝛc. Es hat demnach im Quadratmaas

	Die 16schu.R.	Die 12sch.R.	Die Decim.R.
Schuhe	256	144	100
Zolle	36864	20736	10000
Linien	5308416	2985984	1000000
Scrupel	764411904	429981696	100000000

Die Ruthen, Schuhe, Zolle ꝛc. werden gezeichnet, wie in der Longimetrie; ob aber Längen oder Quadratmaas verstanden werde, erhellet theils aus den Umständen, denn wenn man von dem Inhalt eines Feldes redet, weiß jedermann, daß es Quadratmaas seye, theils wird es auch deutlich hinzugesetzt, theils wird dem Zeichen ein Quadrätlein □ beygefüget, als: 27518□″.

Das größte Feldmaas wird in der untern Markgrafschaft Morgen, in der obern Juchert oder Juch genennet. Es hat aber ein Morgen 160, ein Juchert im Hochbergischen 360, und im Röttelischen und Badenweilerischen 288 Quadratruthen. Ein Mannshauet ist $\frac{1}{8}$, und ein Zweytel $\frac{1}{4}$ einer Juchert, ausser auf dem platten Lande im Hochbergischen ist ein Zweytel nur $\frac{2}{5}$ einer Juchert.

§. 93.

Hieraus läßt sich bey dem Decimalquadratmaas, welches wir vornehmlich brauchen werden, leicht begreifen

1. Wenn kleiner Maas in grösseres verwandelt werden solle, darf man nur zwey und zwey ꝛc. Ziffern abschneiden, so ist 75364839□‴=75°, 36′, 48″, 39‴. Woraus zugleich erhellet, daß, wo zwey und zwey Ziffern abgeschnitten, solches Quadratmaas seye.

Mit Zusetzung zweyer Nullen wird grösser Maas in kleineres verwandelt 15° ist 1500′, 150000″. 15000000‴ ꝛc.

3. Wann grössere und kleinere Maas vorkommen, darf man solche nur aneinandersetzen, die mittelfehlende

Stellen

Stellen aber mit Nullen ausfüllen. Als 76°,19′,8″,17‴ ist 7619080017□‴.

Auf diese Art ist das Quadrat-Decimalmaas, wie die gemeine Zahlen, und wird eben so addirt, subtrahirt, multiplicirt und dividirt. Doch hat man beym Multipliciren, Dividiren und Wurzelausziehen noch etwas zu merken, wie gleich folgt.

§. 94.

Ist der Multiplicator und Divisor eine unbenannte Zahl, so hat das Multipliciren und Dividiren nichts besonders, sondern in jenem Fall ist das Product, und in diesem der Quotient noch das vorige Maas. Wird aber Längenmaas mit Längenmaas multiplicirt, giebt es Flächen oder □maas. Quadratmaas aber mit Längenmaas dividiret, giebt Längenmaas. Auch wird nur aus Quadratmaas Quadratwurzel gezogen. Uebrigens wird nach gemeiner Art verfahren, nur werden die verschiedene Maase allemal zu einerley Sorten gemacht, wenn man erforderenden Falls dem Längenmaas eine Null, dem Quadratmaas zwey Nullen zusetzt (§. 93. Nro. 2. §. 25. Nro. 1). Z. E. Es seye zu multipliciren 3° mit 2°5′3″, und zu dividiren 7518′ mit 253″.

```
 253            253 ) 751800 ( 2971″
 300                  506
---------            -----
7,59,00″              2458
                      2277
                     -----
                      1810
                      1771
                     -----
                       390
                       253
                     -----
                       137
```

Wäre man mit Zollen beym Dividiren nicht zufrieden, sondern wollte Linien, Scrupel 2c. haben, so müßten für jedes zwey Nullen zum Dividendo als Quadratmaas, und eine Nulle zum Divisor als Längenmaas gesetzt werden. Weilen aber gleiche Nullen im Divisor und Dividendo einander aufheben, wie aus der Rechenkunst bekannt, so darf man zum Divisor nichts, und nur zum Dividendo eine Nulle setzen, und mit dem Dividiren fortfahren. So setzte man zu dem Rest 137 eine Nulle, gäbe 1370, und dividirte mit 253 fort, so bekäme man Linien, wäre es noch nicht genug, so setzte man zu dem Rest wieder eine Nulle 2c.

§. 95.

Quadrat-Decimalmaas in gemeines Quadratmaas, und gemeines Quadratmaas in Decimal-Quadratmaas zu verwandeln.

Man verfährt vollkommen, wie §. 26 und 27, nur daß man nach §. 92 das Quadratmaas in Acht nimmt. Die Ruthen sind nämlich, wie im Längenmaas, einander gleich; wäre also 98172413‴ in gemein Maas nach zwölfschuhiger Ruthen zu verwandeln, so stünde die Regel de Tri also: 1000000 —— 2985984 —— 172413. Hingegen 18°, 117′, 97″ von der zwölfschuhigen Ruthe in Decimalmaas, so blieben die Ruthen weg, die 117′, 97″ geben 16945″, und stünde die Regel de Tri also:

20736 —— 10000 —— 16945″ 2c.

§. 96.

Die gemeine Marcher und Untergänger haben sich vermuthlich nicht darein finden können, daß die Flächen oder

oder Quadratruthe mehr Schuhe haben solle, als die Längenruthe (§. 92). Darum theilen sie die Flächenruthe eben so ein, wie die Längenruthe, nämlich in 16 oder 12 Schuhe, den Schuh in 12 Zoll u. s. w. daß alle diese zu Riemen werden, die eine Ruthe lang, und einen Schuh, einen Zoll, einen Gran 2c. breit sind, dahero sie auch Riemenschuhe, Riemenzolle, Riemengrane 2c. genennet werden. Wenn sie demnach mit dem Quadrat-Decimalmaas verglichen werden, so hat

	□ Decim. M.	in March oder Riemenmaas nach 16sch. R.	nach 12sch. R.
Schuhe	100	16	12
Zolle	10000	192	144
Gran	1000000	2304	1728
Scrupel	100000000	27648	20736

Oder: Schuhe	25	4.	3
Zolle	25^2	4.3	3^2
Gran	25^3	4.3^2	3^3
Scrupel	25^4	4.3^2	3^4

Bey diesem Riemenmaas bemerken wir folgendes:

1. Das Decimal□maas kann leicht in Marchmaas verwandelt werden, z. E. 7°24′36″ nach der 16schuhigen Ruthe. Da läßt man die 7° weg, weil sie in beyderley Maas einerley sind, die übrige 2436 Zolle setzt man aus vorstehendem Täfelein in die Regel de Tri auf folgende Art:

10000 □Zoll geben 192 Marchzolle, was geben 2436? giebt $46\frac{7712}{10000}$ Zolle; will man es genau haben, kann man den Bruch zu Granen machen, die 46 Zolle aber werden durch die Division mit 12 zu Schuhen gemacht,

F 2 näm-

nämlich 3′, 10″, folglich wäre es zusammen 7°, 3′, 10″. Wäre es die zwölfschuhige Ruthe gewesen, hätte man sprechen müssen: 10000 □ Zoll geben 144 Marchzoll, was geben 2436?

2. Das Addiren und Subtrahiren des Marchmaases geschiehet, wie man nach der gemeinen Rechenkunst verschiedene Sorten addirt und subtrahirt, z. E. nach zwölfschuhiger Ruthe:

Addiren.				Subtrahiren.			
19°.	11′.	7″.	9‴.	24°.	3,	9′.	11″
75.	8.	8	5	13.	5	10.	3.
95.	8.	4.	2.	10.	9.	11.	8.

3. Wenn der Multiplicator oder Divisor eine unbenannte Zahl ist, so verfährt man auch, wie in der gemeinen Rechenkunst gelehret wird.

Exempel im Multipliciren nach zwölfschuhiger Ruthe

$$\begin{array}{r} 9°.7′.5″.3‴ \\ 7 \\ \hline 67.4.\ 0.\ 9. \end{array}$$

Exempel im Dividiren nach zwölfschuhiger Ruthe

$$\begin{array}{l} 7)67°.4′.0″.9″(9°7′5″3″ \\ \quad 63 \\ \quad \overline{4.\ 4.} \\ \quad 4.\ 1. \\ \quad \overline{\quad 3.\ 0.} \\ \quad\quad 2.\ 11. \\ \quad\quad \overline{\quad 1.\ 9.} \\ \quad\quad\quad 1.\ 9. \\ \quad\quad\quad \overline{\quad 0} \end{array}$$

Bey

Bey dem Multipliciren wird wohl nichts zu erinnern seyn: denn wenn man gesprochen, 3mal 7 ist 21‴, so weiß man wohl, daß es 1″ und 9″ gebe, weil 21 ist 12 und 9; das Dividiren aber muß noch etwas erkläret werden. Man sprach nämlich 7 in 67 habe ich 9mal, und weil 67 Ruthen waren, so sind die 9 auch Ruthen; dann sprach man 7mal 9 ist 63, welche unter 67 gesetzt und subtrahirt wurden, und dazu die nächste 4 gesetzt. Hierauf mußten die übriggebliebenen 4 Ruthen entweder im Kopf, oder neben auf einem Papierlein zu Schuhen gemacht, und zu den folgenden 4 Schuhen addirt werden, so 52 gab, damit man sagen konnte 7 in 52 hab ich 7mal, und 7mal 7 giebt 49, das ist 4′. 1, welches wieder abgezogen wurde, und so fähret man fort bis zu Ende.

4. Das Riemenmaas entstehet nicht, ausser, wenn man Längenmaas mit Längenmaas multiplicirt, wobey zwey Stücke zu merken: 1) man fängt von vornen an zu multipliciren, 2) die Zeichen, die über den Zahlen stehen, und Ruthen, Schuhe, 2c. bedeuten, werden im Product addiret. 3) In der zwölfschuhigen Ruthe multiplicirt man auf gewöhnliche Art. 4) In der sechszehenschuhigen Ruthe muß man, wenn beyde zu multiplicirende Zahlen Strichlein haben, nur $\frac{3}{4}$ als Product setzen.

Exempel nach der zwölfschuhigen Ruthe

5°.	7′.	8″.	9‴.	⁗.	v.	v′.
2°	4′.	6″.	5‴.			
10.	14.	16.	18.			
	20.	28.	32.	36.		
		30.	42.	48.	54.	
			25.	35.	40.	45.
13.	5.	0.	7.	7.	1.	9.

Ein anders:

9°.	8′.	4″.	‴
4°.	3′.		
36.	32.	16.	
	27.	24.	12.
41.	2.	5.	0

Man fängt nämlich bey dem ersten Exempel mit 2° die 5°. 7′. 8″. 9‴. an zu multipliciren, und setzt jedes Product besonders an; als 2mal 5 ist 20, und weil 2 und 5 das Zeichen ° haben, so bekam 10 auch °, weil ° zu ° addirt, wieder ° giebt, das ist Ruthen; 2mal 7 gab 14 mit dem Zeichen ′, weil ° und ′ giebt ′, das ist Schuhe, u. s. w. Fährt man fort 4′ mit 5°. 7′. 8″. 9‴. zu multipliciren, so giebt 4mal 5, 20, und weil 4 hat ′, 5 aber °, so bekommt 20 zum Zeichen ′, denn ° und ′ giebt ′; 4mal 7 gab 28 mit dem Zeichen ″, weil beyde ′ hatten, und ′ zu ′ giebt ″, und so fährt man mit allen Zahlen fort. Es erhellet hieraus, daß man die Producte nur allezeit um eine Stelle weiter hinaussetzen dörfe. Endlich addiret man diese Producte, wie Nro. 2 gelehret worden.

Exem-

Exempel nach der sechszehenschuhigen Ruthe.

6°.	13'.	8''.	6'''.	''''	v	v'	v''
3°.	7'.	2''.	11'''.				
18.	39.	24.	18.				
	42.	68.	45.	31.	6.		
		12.	19.	18.	9.		
			66.	107.	69.	49.	6.
23.	10.	9.	5.	7.	4.	1.	6.

3° mit 6°. 13'. 8''. 6'''. multiplicirt, blieb wie bey der zwölfschuhigen Ruthe, weil eine Zahl nämlich 3 kein Strichlein, sondern ° zum Zeichen hatte. Hingegen 7' mit 6°. 13'. 8''. 6'''. blieb zwar bey der ersten Zahl das Product 42, da es aber mit 13 gab 91, und beyde Zahlen 7 und 13 Strichlein hatten, mußte nur $\frac{3}{4}$ von 91 genommen werden, das ist mit 3 multiplicirt (=273) und mit 4 dividirt (=68$\frac{1}{4}$). Dahero wurde 68 unter die Zolle gesetzt, $\frac{1}{4}$ aber, so 3 Gran betrug, wurde im Sinn behalten, und zum folgenden genommen, da $\frac{3}{4}$ von 7mal 8 gab 42, und diese 3 dazu 45, welche an gehörige Stelle gesetzt wurden; und so verfährt man durchaus. Man begreift aber leicht 1) daß die Producte der Zahlen mit Strichlein erstlich auf ein besonderes Blätlein geschrieben, und da mit 3 multiplicirет, und mit 4 dividiret werden müssen, ehe man sie untersetzen kann. 2) Daß wenn nach der Division 1 übrig bleibe, solches in der folgenden Stelle 3 gebe, 2 aber 6 und 3, 9, weil $\frac{1}{4}$ von 12 giebt 3 rc. 3) Wenn eine zu multiplicirende Zahl 4 oder 3 ist, so dürfe man 3 statt 4, und 6 statt 8 nehmen, so habe man gleich die verlangte $\frac{3}{4}$ als statt 7mal 8 kann man sagen 7mal 6.

5. Wenn Riemenmaas mit Längenmaas dividiret werden soll; so verfährt man, wie im Untersichdividiren, nur daß man 1) beym Multipliciren des Quotienten in den Divisor das in Acht nehme, was N. 4. beym Multipliciren gesagt worden, und 2) das die Zeichen des Divisors von den Zeichen des Dividendi abgezogen werden.

Exempel im zwölfschuhigen Maas

$$
\begin{array}{lllllll}
2^\circ.\ 8',\ 4'')\ & 8^\circ. & 2'. & 1''. & 5'''. & 8'''' & (\ 3^\circ.\ 0'.\ 5''. \\
 & 8. & 1. & 0. & & & \\
\hline
 & & 1. & 1. & 5. & 8. & \\
 & & 1. & 1. & 5. & 8. & \\
\hline
 & & & & 0 & &
\end{array}
$$

Man spricht nämlich 2° in 8° hab ich 3mal, und weil 2 und 8 zum Zeichen ° hat, ° aber von ° wieder ° giebt, so bekommt auch 3 zum Zeichen °. Darauf multiplicirt man 3° mit 2°. 8′. 4″, und spricht: 3°mal 4 ist 12″, weil aber dieses 1′ giebt, so setzt man ° unter die Zoll, und behält den 1′ zum folgenden, da man spricht: 3°mal 8′ ist 24 und 1′ giebt 25′, das ist 2° und 1′; darum setzt man 1′ unter die Schuhe, und behält 2° zum folgenden, und sagt: 2°mal 3° ist 6° und 2° ist 8°. Nachdem nun dieses vom Dividendo abgezogen, und 1′. 1″ geblieben, auch 5‴ dazu gesetzt worden, siehet man wohl, daß 2°. 8′. 4″ nicht in 1′. 1″. 5‴ enthalten, darum kam ° in die Stelle der Schuhe im Quotienten. Endlich rückte man auch die 8⁗ herunter, und machte die 1′ zu Zoll, die mit dem folgenden 1″ gab 13, und sprach: 2° in 13″ giebt 5″, weil ° von ″ giebt ″, und fährt darauf fort, wie gezeiget worden.

Exem-

Exempel von sechszehenschuhigen Maas

3°. 5'. 8".)	8°.	10'.	7".	8'''	(2°. 9'. 4"
	6.	11.	4.		
	1.	15.	3.	8.	
	1.	14.	1.	6.	
				9.	
		1.	1.	5.	0
		1.	1.	5.	0
				0	

Hier spricht man auch: 3° in 8° hab ich 2°mal, und weil 2 das Zeichen ° hat, so ist beym Multipliciren des 2° mit 3°. 5'. 8" nichts besonders zu merken. Bey dem Rest 1°. 15'. 3". 8''' macht man 1° zu Schuh, und nimmt sie zu 15', und spricht: 3° in 31' hab ich 9'mal, wird nun 8" mit 9' multiplicirt, und $\frac{3}{4}$ davon genommen, so ists 54''', oder 4". 6'''. daher wird 6''' uneergesetzt, 4" aber zum folgenden behalten, da $\frac{3}{4}$ von 5'mal 9' giebt $33\frac{3}{4}$ Zoll, davon $\frac{3}{4}$ als Gran mit 9 unter die Gran gesetzt wird, zu den 33 Zollen aber die vorhin gebliebene 4" nimmt, daß 37" werden, oder 3'. 1". daher 1" unter die Zolle gesetzt, 3' aber zum folgenden gezählet wird, nämlich 3°mal 9' ist 27' und 3' ist 30", das ist 1°. 14'. Beym Subtrahiren nimmt man die untereinander stehende 6 und 9 zusammen, und spricht: 15 von 8, u. s. w.

Noch ein Exempel zur Uebung im zwölfschuhigen Maas.

$3^{\circ}.\ 2')\ 9^{\circ}.\ (2^{\circ}.\ 10'.\ 1''.\ 3'''$

6. 4.

2. 8. 0.
2. 7. 8.

4. 0
3. 2

10. 0
9. 6

6

6. Bestünde der Divisor nur aus Ruthen, so könnte die Division in zwölf- und sechszehenschuhigem Maas nur so verichtet werden, als wenn der Divisor eine unbenannte Zahl wäre (Nro. 3). Z. E.

$4^{\circ})\ 10^{\circ}.\ 7'.\ 8''\ (\ 2^{\circ}.\ 7'.\ 11''.$

8

2. 7.
2. 4.

3. 8
3. 8

0

Wenn demnach der Divisor ausser den Ruthen noch Schuhe hat, darf man nur den Divisor und Di-

viden-

videndus im zwölfschuhigen Maas 12, im sechszehenschuhigen mit 16 vorher multipliciren, so bestehet der Divisor aus pur Ruthen, und kann so fort dividiret werden, weil einerley herauskommt, wenn Divisor und Dividendus vorher mit einer Zahl multipliciret werden. Z. E.

```
2°. 5′)3°. 4′. 6″(
           12
_______________________
29°  )40. 6. (1°. 4′. 9″. 1‴,
      29.
      ______
      11. 6.
       9. 8.
      ______
       1. 10. 0
       1.  9. 9
      __________
           3. 0
           2. 5
          ______
           7. u. s. w.
```

Sind die bey den Ruthen stehende Schuhe 2 oder 10, multiplicirt man mit 6, sind 4 oder 8, mit 3; sinds 3 oder 9, mit 4; sinds 6 mit 2; so bekommt man auch Ruthen. Wenn über dieses noch Zolle dabey stünden, wäre es zwar auch zu machen, aber es ist zu weitläufig.

7. Es wäre noch zu zeigen, wie zu verfahren, wenn des Divisors Zeichen grösser, als des Dividendi

wäre,

wäre, und folglich nicht abgezogen werden könnte. Allein dieses dörfte unsern Lesern zu schwer seyn, weil die Zeichen alsdenn mit dem Minuszeichen zu schreiben wären, wir wollen daher in diesem Falle die Art Nro. 6 anrathen. Z. E.

$$
\begin{array}{l}
7' \cdot)\ 5^{\circ} \cdot 5' \ (\\
\qquad\qquad 12 \\
\hline
7^{\circ} \cdot (\ 65^{\circ}\ (9^{\circ} \cdot\ 3' \cdot\ 5'' \\
\quad 63 \\
\hline
\quad 2^{\circ}.\ \ 0 \\
\quad 1.\ \ 9 \\
\hline
\qquad 3.\ \ 0 \\
\qquad 2.\ \ 11 \\
\hline
\qquad\quad 1
\end{array}
$$

8. Aus diesem allen erhellet zur Genüge, mit was für Schwierigkeiten die Rechnung nach dem Riemen- oder Marchmaas verknüpft seye, daß man gar zu sehr für das Alterthum eingenommen seyn müßte, wenn man das leichte Decimalmaas nicht vorziehen wollte. Ich würde auch kein Wort davon gesagt haben, wenn dieses nicht noch hin und wieder eingeführt wäre, und die Güter nach demselben in die Lagerbücher getragen würden. Muß man an solchen Orten arbeiten, wo dieses Maas üblich, so arbeite man nach dem Decimalmaas, und wenn man fertig ist, verwandle man solches in Riemenmaas nach Nro. 1; so ist man doch des verdrüßlichen Rechnens wenigstens währender Arbeit überhoben. In dem folgenden werden keine Exempel vom Marchmaas, sondern bloß nach dem Decimalmaas gerechnet werden.

§. 97.

§. 97.

Wenn in der untern Markgrafschaft der gemeine Schuh 1000 Theile hat, so hat der Hochbergische 984, der Badenweilerische 1094, der Röttelische und Sausenbergische 1099 (§. 13). Hieraus folgt, daß wenn der Unterländische gemeine Quadratschuh tausendmal 1000 Theile hat, so muß der Hochbergische 984mal 984, der Badenweilerische 1094, und der Röttelische 1099mal 1099 Theile haben (Fig. 95).

Auf gleiche Art müssen die Zahlen, die die Verhältnisse der Ruthen anzeigen (§. 23), in sich selber multiplicirt werden, um die Verhältniß der Quadratruthen zu haben. Endlich, um die Verhältniß der Morgen und Jucherten zu haben, müssen die Ruthen im Unterland mit 160, zu Pforzheim mit 150, im Hochbergischen mit 360, im Badenweilerischen und Röttelischen mit 288 multiplicirt werden, welche Verhältnißzahlen aber sich durch Dividiren mit 32 verkleinern lassen. Und hieraus kommt folgende Verhältniß im Quadratmaas.

	Schuhe.	Ruthen.	Morgen.
Unterland	1000000	16000000	80000000
Pforzheim	1000000	16000000	75000000
Hochberg	968256	8714304	98035920
Badenweiler	1196836	10771524	96943716
Rötteln und Sausenberg	1207801	10870209	97831881

Die erste Reihe Zahlen sind gemeine Quadratschuhe, und eben so verhalten sich auch die gemeine

□Zolle,

□Zolle, □Linien, □Scrupel ꝛc. Die zweyte Reihe sind gemeine, aber auch Decimal-Quadratruthen, und eben so verhalten sich auch die Decimal- □Schuhe, □Zolle, □Linien ꝛc. Die dritte Reihe sind Morgen und Jucherten.

Will man nun ein Maas in das andere verwandeln, z. E. 7 Badenweilerische Jucherte in Hochbergische Jucherten, so nimmt man die Zahlen verkehrt aus der Tabelle, und spricht: 98035920 Badenweilerische Jucherte geben 96943716 Hochbergische Jucherte, was geben 7? ꝛc. Wer die Verhältnisse auch für andere Länder haben will, der darf nur unser Rechenbüchlein zur Hand nehmen, wo alle Verhältnisse der Schuhe sind, und auf gleiche Art verfahren.

Neun-

Neuntes Kapitel
von den Grund- und Lehrsätzen in der Planimetrie.

§. 98.

Die Parallelogramma, die einerley Grundlinien und Höhen haben, sind einander gleich (Tab. V. Fig. 96).

Denn man schneide an beyden Grundlinien AB und CD ein so schmales Riemlein ab, als sich nur gedenken läßt, doch von gleicher Breite, so werden die beyden Riemlein einander gleich seyn. Da aber wegen der gleichen Höhen in einem so viel solcher Riemlein geschnitten werden können, als in dem andern; so müssen auch die beyden Parallelogramma einander gleich seyn.

Anm. Dieser Beweis thut die Sache nicht dar, weil nicht von sich selbst klar ist, daß die Riemlein gleich sind.

§. 99.

Ein jeder Triangel ist die Hälfte von einem Parallelogrammo, das mit ihm gleiche Grundlinie und Höhe hat (Tab. V. Fig. 97).

Wann mit der Grundlinie AB durch die Spitze des Triangels D eine Parallele CD, die der Grundlinie gleich ist, und sodann die Linie CA gezogen wird; entstehet ein Triangel ACD, der dem ersten ADB gleich ist, beyde aber zusammen machen ein Parallelogrammum

grammum ACDB aus, davon der Triangel ADB die Hälfte. Da aber dieses Parallelogrammum allen andern gleich, die mit ihm einerley Grundlinie und Höhe haben. (§. 98), so muß auch der Triangel von einem jeden die Hälfte seyn.

Folglich 1) sind auch die Triangel, die einerley Grundlinie und Höhe haben, einander gleich (§. 98), weil sich die Hälften, wie die Ganzen verhalten.

2) Wenn an die Grundlinie eines Triangels BC eine Linie DC unter einem jeden beliebigen Winkel gezogen ist (Tab. V. Fig. 98); und durch A mit der Grundlinie eine Parallele AD gezogen wird, die die Linie CD in D schneidet: so ist der Triangel BDC, der durch die gezogene Linie BD bestimmt wird, dem ersteren ABC gleich; denn sie haben einerley Grundlinie und Höhe.

§. 100.

Die Parallelogramma, die einerley Höhen haben, verhalten sich, wie ihre Grundlinien, das ist, wenn eine Grundlinie 2, 3, 4mal so groß ist, als eine andere, so ist auch das darauf stehende Parallelogrammum 2, 3; 4mal so groß, als das andere. Und wenn die Grundlinien gleich sind, verhalten sie sich, wie die Höhen (Tab. V. Fig. 99).

Es seye des einen Parallelogrammi FCDG Grundlinie CD noch so groß, als die Grundlinie AB des an- andern ABHI: so ist vor sich klar, daß auf der Hälfte CE und ED zwey Parallelogramma stehen, deren jedes so groß ist, als das ABHI, folglich muß FGCD nochmal so groß seyn, als ABHI. Und nimmt man

IA und FC für die Grundlinien, AB und CD aber für die Höhen an, so ist ebenfalls richtig, daß, wenn die Grundlinien gleich sind, sie sich verhalten, wie die Höhen.

Eben dieses muß auch von den Triangeln gelten, weil sich die Hälften verhalten, wie die Ganzen.

§. 101.

Wenn zwey Triangel einander gleich sind; verhält sich die Grundlinie des einen zur Grundlinie des andern, wie die Höhe des andern zur Höhe des ersten.

Denn sollen sie einander gleich seyn; so muß die Höhe des andern um so vielmal grösser seyn, als die Höhe des ersten, um so vielmal seine Grundlinie kleiner ist, damit ihm in der Höhe ersetzt werde, was ihm in der Grundlinie abgeht.

Folglich 1. wenn (Tab. V. Fig. 100) auf die Linie AB ein Triangel gesetzt werden solle, der so groß seye, als der Triangel CDE, darf man nur nach der Regel de Tri sprechen: AB giebt CD, was die Höhe EG? so findet man die Höhe des Triangels, der auf AB gesetzt werden soll.

2. Wäre ein Winkel bey A gegeben, der so groß, als der Winkel bey C: so dörfte man auch sprechen: AB giebt CD, was EC? so fände man die Linie HA, wo die Höhe HK an die Linie AH anstossen würde; denn der Triangel HKA und EGC haben Seiten, die einander proportional sind (§. 51 Zus.).

§. 102.

Alle ähnliche Flächen verhalten sich zu einander, wie die Quadrate derer mit einander übereinstimmenden Seiten (Tab. V. Fig. 101).

Es seyen zwey Triangel ADC und DET einander ähnlich, das ist, ihre Winkel seyen gleich, und eine Seite ET seye nochmal so groß, als DC, so zeigen die gezogene Linien, daß der Triangel DET vier dergleichen Triangel enthalte, wie der Triangel ADC ist, nun ist 4 die Quadratzahl von 2, also verhält sich der Triangel ADC zum Triangel DET, wie die Quadratzahl von DC zu der Quadratzahl von ET, oder wie die Quadratzahl von AC oder AD zur Quadratzahl von DT oder DE. Da nun alle ähnliche Flächen sich in ähnliche Triangel zerlegen lassen, so verhalten sich auch alle ähnliche Flächen, wie die Quadrate derer übereinstimmenden Seiten.

1) Wenn also eine Fläche nochmal so groß gemacht werden solle, als eine andere; so müssen solche Seiten dazu angenommen werden, deren Quadratzahlen gerad noch so viel betragen, als die Quadratzahlen der Seiten von der ersten Fläche.

2) Die Flächen der Cirkel verhalten sich, wie die Quadrate derer Diametrorum. Das ist: wenn eines Cirkels Diameter noch so groß ist, als eines anderen, so ist deswegen der Cirkel nicht nochmal so groß, sondern viermal u. s. w.

§. 103.

Die Fläche des Cirkels ist einem Triangel gleich, der zur Grundlinie die Peripherie hat, und zur Höhe den Radium (Tab.V. Fig. 102).

Wenn

Wenn von der Peripherie ein unendlich kleines Stück a b abgeschnitten wird, so wird solches einer geraden Linie gleich zu achten seyn, und abc einen Triangel geben. Würde nun ein Triangel gemacht, dessen Grundlinie der ganzen Peripherie gleich, und seine Höhe dem Radio ac, so würde er um so vielmal grösser seyn, als der Triangel abc: so vielmal die Peripherie grösser ist, als das Stück ab (§. 100 Zus.), der ganze Cirkel aber ist auch so vielmal grösser, als der ganze Triangel abc: folglich muß auch ein solcher Triangel der Fläche des Cirkels gleich seyn.

Folglich ist der Ausschnitt (Tab I. Fig. 22) CKL auch einem Triangel gleich, der zur Grundlinie den Bogen KL, und zur Höhe den Radium hat.

§. 104.

Ein Quadrat (Tab.V. Fig. 103), **dessen Seite** df **so groß, als der Diameter eines Cirkels** cb, **verhält sich zur Fläche des Cirkels, wie der Diameter** cb **zum vierten Theil der Peripherie** ab. **Das ist, nach der Verhältniß Archimedis, wie 7 zu $5\frac{1}{2}$ (14 zu 11) Ludolphs, wie 100 zu $78\frac{1}{2}$ (1000 zu 785); Metii, wie 113 zu $88\frac{3}{4}$ (452 zu 355).**

Der Inhalt eines solchen Quadrats kommt heraus, wie unten gezeiget wird (§. 124), wenn man den Diameter mit sich selber, des Cirkels aber, wenn man den Diameter mit dem vierten Theil der Peripherie multipliciret (§. 128): dividiret man nun beyde Producte, wodurch an der Verhältniß nichts geändert wird, mit dem Diametro, so kommt beym Quadrat der Diameter, beym Cirkel der vierte Theil der Peripherie heraus, folglich giebt es gedachte Verhältniß.

§. 105.

In einem rechtwinklichten Triangel (Tab. VI. Fig. 104) ist das Quadrat der größten Seite, die man Hypotenusa nennt, denen beyden Quadraten der übrigen Seiten zusammengenommen gleich.

Wenn ein Triangel gemacht wird, dessen eine Seite 3, die andere 4, die dritte 5 Schuh hat, so giebt es einen rechtwinklichten Triangel, wie die Figur zeiget, das Quadrat von 3 und 4 aber 9 und 16 ist gleich dem Quadrat von 5, nämlich 25.

So geben auch die Seiten 5, 12, 13. 7, 24, 25. 9, 40, 41. 8, 15, 17. 20, 21, 29. 12, 35, 37. 28, 45, 53. 11, 60, 61. 60, 91, 109 ꝛc. rechtwinklichte Triangel, weil das Quadrat der größten Zahl, das ist, der Hypotenuse, denen Quadraten der beyden übrigen Zahlen zusammen genommen, das ist, derer Seiten gleich ist, als 5mal 5, und 12mal 12 zusammen genommen, ist gleich 13mal 13. 23+144=169.

Zehen-

Zehentes Kapitel
von Beschreibung der Figuren.

§. 106.

Bey Beschreibung der Figuren kommt vor; erstlich, wie solche auf dem Papier zu verzeichnen; darnach wie sie von dem Papier auf das Feld zu tragen; und endlich, wie sie auf dem Feld aufzunehmen, und auf dem Papier zu beschreiben seyen, welches man in Grund legen heißt.

§. 107.

Auf eine gegebene Linie einen gleichseitigen Triangel zu machen (Tab. I. Fig. 9).

Nehmet die gegebene Linie AB in Cirkel, beschreibet mit dieser Eröffnung aus A und B Kreuzbögen in C, so könnet ihr die Linie AC und CB ziehen, welche den verlangten gleichseitigen Triangel machen.

§. 108. *

Aus zwey gegebenen Linien einen gleichschenklichten Triangel zu machen (Tab. I. Fig. 10).

Wenn die eine gegebene AB gezogen, so nehmet die andere gegebene, welche die Schenkel abgeben solle, in Cirkel, und machet mit dieser Eröffnung aus A und B Kreuzbögen in C: so könnet ihr den Triangel ausziehen.

§. 109.

Aus drey gegebenen Theilen eines Triangels den Triangel zu beschreiben (Tab. I. Fig. 11).

Es ist aus §. 12. 52. 77 bekannt, daß aus drey Theilen eines Triangels, worunter aber wenigstens eine Seite seyn muß, ein Triangel beschrieben werden könne. Es kommen also hier drey Fälle vor.

I. Wenn alle drey Seiten gegeben, so nehmet eine AB zur Grundlinie an. Die andere AC nehmet in Cirkel, und beschreibet aus A einen Bogen C, diesen Bogen durchkreuzet aus B mit der dritten Seite; so könnet ihr den Triangel ausziehen.

II. Wenn zwey Seiten und ein Winkel gegeben; so ziehet eine Seite AB, setzet darauf den gegebenen Winkel CAB (§. 64. 65), dessen Schenkel AC so groß zu machen, als die andere gegebene Seite; so kann die dritte Seite durch B und C gezogen werden.

III. Wenn eine Seite und zwey Winkel gegeben; so nehmet die gegebene Seite AB zur Grundlinie an, traget auf deren Endpuncte A und B die gegebene Winkel (§. 64. 65), und ziehet ihre Schenkel aus, bis sie einander durchschneiden; so ist der Triangel fertig.

Es ist hiebey anzumerken:

1. Daß in dem ersten Fall die beyden Seiten AC und BC zusammengenommen grösser seyn müssen, als die dritte AB: denn sonst langen sie einander nicht, und geben keinen Triangel. In dem dritten Fall müssen die beyden gegebenen Winkel weniger machen, als 180°: denn sonst bliebe für den dritten Winkel nichts übrig (§. 48).

2. Da

2. Da alle Flächen, die wir zu betrachten haben, sich in Triangel zerlegen, und vermittelst dieser Triangel sich verzeichnen lassen; so hat man nach Anleitung dieser Aufgabe in Acht zu nehmen, daß man, insonderheit auf dem Feld, jederzeit drey Theile an denen Triangeln messe, die man aufs Papier tragen solle.

§. 110.

Auf eine gegebene Linie ein Quadrat zu machen (Tab. I. Fig. 12).

Setzet auf den einen Endpunct A eine Perpendicularlinie AC (§. 60), die der gegebenen AB gleich ist; nehmet die gegebene Linie in Cirkel, und macht mit dieser Eröffnung aus B und C Kreuzbögen in D: so könnt ihr das Quadrat ausziehen.

§. 111.

Aus zwey gegebenen Linien ein Rectangulum zu beschreiben (Tab. I. Fig. 15).

Ziehet die eine gegebene Linie AB, und richtet auf den einen Endpunct A ein Perpendicul AC auf (§. 60) in der Länge der anderen gegebenen Linie. Beschreibet mit der Länge AB aus C einen Bogen in D, und mit der Länge AC einen aus B, der den ersten durchkreuzet in C; so könnet ihr das Rectangulum ausziehen.

§. 112. *

Aus einer gegebenen Linie und Winkel einen Rhombum zu zeichnen (Tab. I. Fig. 13).

Setzt auf die gegebene Linie AB den gegebenen Winkel CAB (§. 64. 65), und machet den Schenkel

AC so groß, als AB. Aus C und B reisset mit der Eröffnung AB Kreuzbögen in D; so könnet ihr den Rhombum ausziehen.

§. 113.*

Aus zwey gegebenen Linien und einem Winkel einen Rhomboides zu beschreiben (Tab. I. Fig. 14).

Auf eine von den gegebenen Linien AB setzet den gegebenen Winkel CAB (§. 64. 65), und machet den Schenkel AC der andern gegebenen Linie gleich. Machet aus B mit der Eröffnung von AC, und aus C mit der Eröffnung von AB durchkreuzende Bögen; so könnet ihr den Rhomboides ausziehen.

§. 114. *

In einem gegebenen Cirkel ein verlangtes regulaires Vieleck zu beschreiben (Tab. V. Fig. 92).

Theilet die Peripherie des Cirkels nach der zweyten oder dritten Art (§. 90) in so viel gleiche Theile, als das Vieleck Seiten haben solle, und ziehet die Sehnen; so ist das verlangte Vieleck fertig.

Z. E. ein Fünfeck nach der ersten Art. 5 in 360 dividiret, giebt 72. Diese 72° traget an das Centrum C, und traget DE in der Peripherie herum. Nach der andern Art, wenn der Diameter hätte 2°4'. sprechet: 10000 giebt 11755, was 24? giebt 2°8'2''1', welches nach dem Maasstab in der Peripherie herum zu tragen.

§. 115. *

Auf eine gegebene Seite ein verlangtes regulaires Vieleck zu beschreiben (Tab. V. Fig. 93).

Suchet

Suchet den Radium zu dieser Seite (§. 91), beschreibet damit einen Cirkel, in welchem die gegebene Seite herumgetragen, und das Vieleck beschrieben werden kann. Ein deutliches Exempel stehet §. 91.

§. 116.

Eine irregulaire Figur zu beschreiben.

Es hat nicht diese Meynung, überhaupt eine irregulaire Figur zu machen, welches gar leicht wäre; sondern eine zu machen, die einer andern schon gezeichneten gleich wäre, oder wenn man angiebt, was sie für Seiten oder Winkel haben solle. Beydes geschiehet entweder, daß man weiß oder mißt die Seiten und Diagonalen, oder die Seiten und Winkel

I. (Tab. I. Fig. 20) durch die Diagonalen werden die Figuren in Triangel zerlegt, die man hernach einen nach dem andern aufträgt (§. 109. Nro. 1).

II. Sind Seiten und Winkel gegeben: so traget erstlich eine Seite z. E. AC auf; an deren Endpunct den gegebenen Winkel C, und macht CD so groß, als die gegebene Seite seyn soll; auf den Punct D wieder den gegebenen Winkel, u. s. w. bis man herum ist.

Es wird hievon mehrers bey Auftragung der Felder aufs Papier vorkommen, da dann das nöthige beygebracht werden soll.

§. 117.

Eine auf dem Papier gezeichnete Figur in dem Feld abzustecken.

Machet in dem Feld die Linien nach der Meßstange so groß, als sie auf dem Papier nach dem verjüngten

Maasstab sind. Ingleichem traget die an die Linien gehörige Winkel mit dem Astrolabio nach so viel Graden, als sie auf dem Papier nach dem Transporteur haben; so ist geschehen, was man verlanget.

Zerleget man die Figur auf dem Papier durch Diagonalen in Triangel, darf man nur auf dem Feld so viel Triangel an einander setzen, als auf dem Papier sind, und ihre Seiten mit der Meßstange so groß machen, als sie auf dem Papier nach dem verjüngten Maasstab haben. Allein einen Triangel aus drey gegebenen Seiten auf dem Feld abzustecken, ist höchst beschwerlich, wenn die Seiten sehr groß sind: weilen Kreuzbögen zu ziehen wären (§. 109. Nro. 1), so aber bey grossen Radiis fast unmöglich. Man kann sich aber also helfen (Tab. VI. Fig. 108). Nehmet eine Seite AB zur Grundlinie an; ziehet aus dem gegenüberstehenden Winkel C eine Perpendicularlinie CD (§. 59), und messet sowohl diese Perpendicularlinie, als die Linie AD; so könnet ihr auf dem Feld die Linie AB, und darinn das Punct D abstecken, und auf D das Perpendicul DC aufrichten (§. 58), wodurch der Triangel angesteckt wird.

§. 118.

Ein Feld in Grund zu legen, in welchem man herumgehen kann.

1. Umgehet das Stück Feld überall, damit es euch recht bekannt werde, und stecket in die Winkel Stäbe.

2. Zeichnet auf ein Papier nur eine ohngefähre Figur, die so viel Seiten habe, als das Feld und ihme dem Augenschein nach in Absicht auf die aus- und ein-

eingehende Winkel gleich sehe, und zerleget solche durch Diagonalen in Triangel. Damit ihr aber nicht irre werdet, so nehmet einen eingesteckten Stab für den ersten an, der an einem merklichen Ort, z. E. bey einem Baum, Graben, Stein, Thor 2c. stehet, und nennet ihn A, eben dieses A schreibet auch in eurer Figur zu demjenigen Winkel, der solchen Stab vorstellen soll, ihr könnet auch mit Worten dazu schreiben: Baum, Graben, Stein, Thor 2c. zu dem zweyten Winkel schreibet B u. s. w. bis ihr herum seyd, und wieder zu A kommt.

3. Messet alle Seiten und Diagonalen, und schreibet ihre Grösse zu denen Linien eurer ohngefähren Figur, die mit denen auf dem Feld übereinstimmen sollen.

4. Diese gemessene Triangel traget der Ordnung nach mit dem verjüngten Maasstab auf das Papier (§. 109. Nro. 1.): so habt ihr das verlangte Feld im Grund.

Anderst (Tab. VI. Fig. 105).

1) Verfahret, wie in voriger Art Nro. 1. 2. nur daß die Diagonalen nicht nöthig sind. An deren statt nehmet eine Seite bf, und ziehet in eure ohngefähr aufgerissenen Figur von allen Winkeln Perpendicularlinien, als na, hc, kd, ge, 2c. auf dieselbe

2. Ziehet diese Perpendicularlinien wirklich auf dem Feld, so am besten mit dem Scheiblein geschiehet (§. 59), messet sie, nebst den Theilen ab, bc, cd, de, ef, die sie von der angenommenen Seite bf abschneiden, und schreibet ihr Maas in die ohngefähre Figur.

3. Tra-

3. Traget nach dem verjüngten Maasstab die Linie bf auf, und auf die nach eben dem Maasstab gezeichnete Puncten die gemessene Perpendicularlinien na, hc, kd, ge; so könnet ihr die Figur ausziehen.

4. Sollte keine Seite schicklich seyn, daß von allen Winkeln Perpendicul darauf könnten gezogen werden, wie Fig. 106; so nehmet nach Willkühr eine Linie oder Diagonale an, die der Länge nach durch das ganze Feld gehet pk, und verfahret eben so, wie gelehret worden, nur verstehet sich von selbsten, daß von beyden Seiten Perpendicul darauf zu ziehen sind.

Diese Art ist sehr schicklich, wenn man ein Feld, ohne aufs Papier zu zeichnen, ausrechnen will, auch bey Auftragung der krummlinichten Felder.

* Anderst (Tab. VI. Fig. 107).

1. Nachdem ihr das Tischlein ohngefähr in die Mitte des Feldes gesetzt, und in a eine Nadel eingeschlagen; so visiret von a gegen alle Winkel des Feldes, und ziehet auf dem Tischlein die Linien ab, ac, ad, ae, af.

2. Messet die Linien aB, aC, aD, aE, aF, und traget sie nach dem verjüngten Maasstab auf das Tischlein als ab, ac ꝛc. so könnet ihr die Figur ausziehen.

* Anderst.

Anstatt des Meßtischleins, messet mit dem Astrolabio alle Winkel um den Punct a herum, nämlich BaC, CaD ꝛc. und traget sie aufs Papier, übrigens aber verfahret, wie beym Meßtischlein.

§. 119. *

§. 119.*

Ein Feld in Grund zu legen, welches man aus zwey Puncten ganz übersehen kann (Tab. VI. Fig. 109).

1. Setzet auf den einen Punct A das Tischlein, visiret gegen alle Winkel der Figur, und ziehet gegen dieselbe die Linien ac, ad, ae, ab.

2. Messet die Linie AB, und traget sie auf das Tischlein ab.

3. Stecket unter a einen Stab, und traget das Tischlein in B, daß b gerad auf B komme, und die Linie ab gerad gegen den Stab in A.

4. Visiret aus b auch gegen alle Winkel, und ziehet die Linien bc, bd, be, welche die ersten in c, d, e durchschneiden: so könnt ihr die Figur ausziehen.

Anderst.

1. Stellet statt des Tischleins erstlich in A, darnach in B das Astrolabium, und messet die Winkel baE, baD, baC, ingleichem abC, abD, abE.

2. Messet die Linie AB, und traget sie aufs Papier.

3. An deren beyde Ende traget die gemessene Winkel, nämlich die bey B gemessene auf den Punct b, die bey A gemessene auf a.

4. Ziehet ihre Schenkel aus, bis sie einander schneiden: so könnet ihr die Figur, wie auf dem Meßtischlein ausziehen.

Wer die Aufgabe §. 80 begriffen, wird hier keine Schwierigkeit finden, weil die zweyte und dritte Art mit diesem vollkommen übereinstimmen. Daher man auch dorther mehrere Erläuterung suchen kann, wem dieses nicht deutlich genug.

§. 120.*

Ein Feld in Grund zu legen, welches man ganz umgehen kann.

1. Machet, wie §. 118, eine ohngefähre Figur, und zeichnet an die ausgehende Winkel Triangel, wie Fig. 110 zu sehen, bey den eingehenden aber eine Linie mn.

2. Messet alle Seiten, und schreibet ihre Grösse an gehörigen Ort in der ohngefähren Figur.

3. Stecket an den ausgehenden Winkeln auf dem Felde, z. E. E Triangel Ekh dergestalt ab, daß Eh mit EF und Ek mit ED in gerader Linie stehen, die Länge der Linien Ek und Eh ist willkürlich, am bequemsten ist es, wenn sie eine Ruthe lang gemacht werden. Eben so steckt auch bey den eingehenden Winkeln den Triangel Fmn ab.

4. Messet die Seiten dieser Triangel, und schreibet ihre Grösse an gehörigen Ort.

5. Traget eine von denen Linien z. E. CD auf, an deren Ende hänget die Triangel Ekh und Dfg (§. 100. Nro. 1), daß Df und Ek in gerader Linie sind mit DE; so könnet ihr die Linien EF und DC ziehen, wenn ihr das Linial an Dg und Eh leget. Und so fahret fort, bis die ganze Figur fertig.

Bis-

Bisweilen ist es ist schicklicher, daß die Triangel nicht aussen an die Figur gehänget werden, sondern man kann z. E. bey dem Winkel E von ED und EF eine Ruthe abschneiden, so giebt es einen Triangel in der Figur, statt daß Ekh ausser derselben ist.

Anderst (Tab. VI. Fig. 111).

1. Setzet das Tischlein auf einen Winkel B, und visiret nach A und C; so könnet ihr die Linien ba und bc darauf ziehen.

2. Messet die Linie BC, und traget sie auf dem Tischlein aus b in c.

3. Traget das Tischlein auf den Winkel C, daß c auf C falle, und cb gerad gegen B gerichtet seye, und visiret gegen D, daß ihr die Linie cd ziehen könnet.

4. Eben so traget das Tischlein in D und E, bis die Figur sich endlich schliesset.

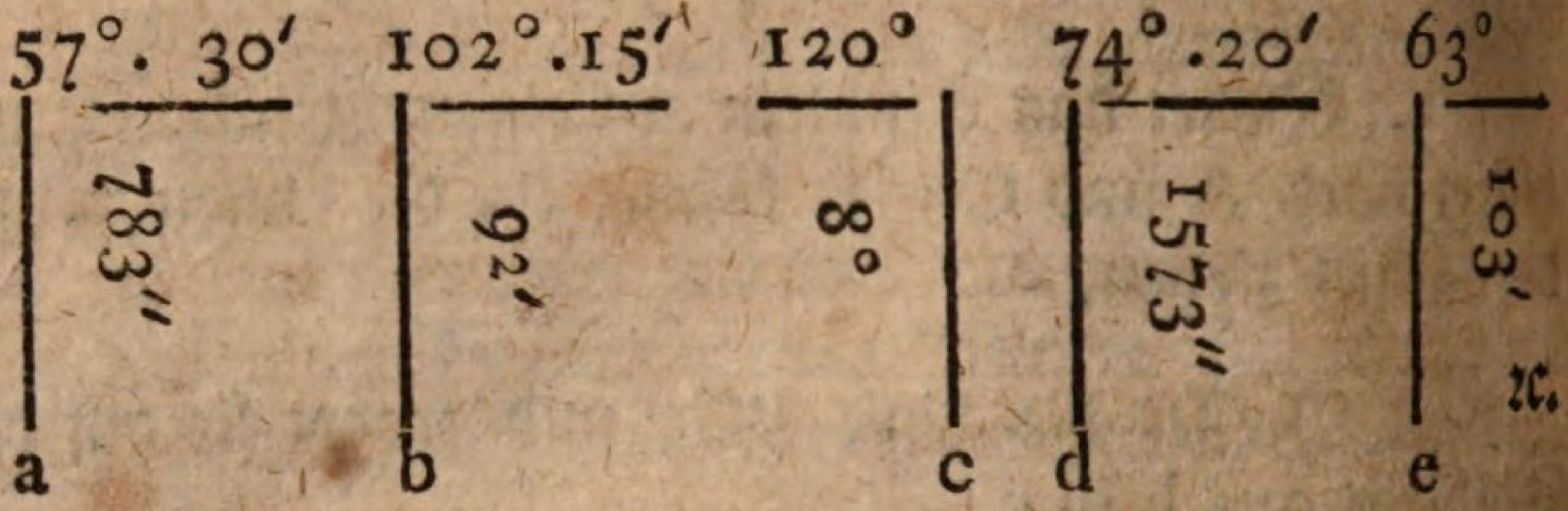
Sollte das Feld so groß seyn, daß es nicht ganz auf das Papier, so auf das Tischlein geklebet worden, könnte gebracht werden; so beschreibet die Figur, so weit das Papier reichet, nehmet es hernach herunter, und fahret auf einen andern Papier fort, indem ihr die letzte Linie auf dem ersten Papier auf das zweyte traget. Und auf diese Art können endlich alle Papiere an einander geklebt werden, um den ganzen Riß zu haben.

Anderst.

1. Messet alle Seiten und alle Winkel mit dem Astrolabio. Damit ihr aber, wenn es viel Seiten sind, nicht irre werdet, so macht auf eurer Schreibtafel so

viel

viel Striche, als Seiten sind, und an jeden Strich einen Winkel; ist der Winkel auf dem Feld ausgehend, machet den Winkel zur rechten; ist er aber eingehend, zur linken; und schreibet an den Strich die Grösse der Seite, und an den Winkel die Anzahl der Grade, etwa folgender Gestalt:



daß a die erste, b die zweyte an a stossende Linie, c die dritte ꝛc. seye, und die erste habe 7°8′3″, der Winkel aber zwischen ihr und der folgenden b seye ein ausgehender von 57°. 30′, die zweyte Linie habe 92′, und der Winkel zwischen ihr und der dritten Linie seye ein ausgehender von 102°. 15′, der Winkel zwischen der dritten und vierten seye ein eingehender von 120° ꝛc.

2. Traget erstlich die erste Linie a 782″ nach dem verjüngten Maasstab auf, und an deren eines Ende den Winkel 57°, 30′.

3. Machet hernach dieses Winkels Schenkel so groß, als die zweyte Linie b seyn solle, und an deren Ende den Winkel 102°, 15. Und so fahret fort, bis sich die Figur schliesset.

§. 121.*

Ein krummlinichtes Feld in Grund zu legen Tab. VI. Fig. 12).

Die Figur zeiget, daß weiter nichts nöthig seye, als daß die krumme Linie in kleinere Linien abgesteckt werde,

werde, die für gerad anzusehen sind; so mögen die Linien a b, bd, dc ꝛc. für gerade angenommen werden. Wenn denn in a b c d ꝛc. Stäbe gesteckt worden, verfähret man vollkommen nach der zweyten Art §. 118.

Sollte man in dem Feld nicht herumgehen können, so ziehet man um dasselbe gerade Linien AB, BC, CD ꝛc. und ziehet auf dieselbe die Perpendicul ab, cd, ef ꝛc. (Tab. VI. Fig. 113).

§. 122. *

Bey denen Aufgaben die Felder in Grund zu legen, machen wir noch folgende Anmerkungen:

1. Wo Winkel mit dem Astrolabio, Tischlein, oder sonsten müssen gemessen werden, ist viel eher gefehlet, als wo man blosse Linien mißt, weil die Kleinigkeiten bey denen Graden auf dem Instrument in der Weite gar viel betragen. Derohalben soll die erste und zweyte Art §. 118. allen andern vorgezogen werden, wenn sie anderst anzubringen sind.

2. Die Aufgabe §. 118 gehet fast überall an; ist aber ein See, Morast oder angeblümtes Feld in Grund zu legen, muß man sich §. 119 bedienen, weil man diese übersehen, aber nicht darinnen herumgehen kann oder darf. In den Waldungen kann man zwar wohl herumgehen, es lassen sich aber keine Diagonalen, ausser mit der größten Beschwerlichkeit ziehen, dahero muß man bey denenselben nach §. 120 verfahren, weil man sie nicht übersehen kann.

3. Wenn ein Feld an Bergen lieget, so fragt sichs, ob man solches horizontal (§. 70), oder nach

der laufenden Ruthe auftragen, das ist, ob man AC oder AD aufs Papier tragen solle (Tab. III. Fig. 71)? Gehet das Feld in einem fort Berg an, so trägt mans nach der laufenden Ruthe, oder AC auf, gehet das Feld aber bald Berg an, bald Berg ab, so müssen dessen Linien horizontal gemessen, und auch so aufgetragen werden, weil das Papier plan, und nicht bergigt ist.

4. Oft ist nöthig, daß wenn viele Felder besonders gemessen, und in Grund geleget worden, aus solchen ein Generalriß von einem ganzen Bann oder Markthum gefertiget werde. In diesem Fall müssen alle Felder horizontal gemessen und aufgetragen werden, weil sie sonsten auf dem ebenen Papier nicht zusammen passen würden.

5. Es geschiehet nicht selten, daß, wenn alle Winkel gemessen werden §. 120 die letzte an die erste gezogene Linie auf dem Papier nicht schliessen will, weil bey Messung der Winkel gar zu leicht gefehlet ist: denn wird ein oder mehrere Winkel zu groß genommen, so reichen sich die erste und letzte Linie einander nicht; werden sie aber zu klein genommen, so gehen sie über einander hinaus. Da nun diese Art zu messen vornehmlich bey Waldungen nöthig ist, weil man in anderen Fällen allemal entweder §. 118 oder 119 erwählen kann; durch Waldungen aber noch Linien gezogen werden können (§. 62): so kann man sich helfen (Tab. VI. Fig. 110). Wenn man durch das zu messende Stück nach Belieben einander durchkreuzende Linien rv und es ziehet, und die Puncten r e v s auf den Seiten samt denen Winkeln, die sie mit den Seiten machen, merket; denn wenn die Seite ED gezogen,

gen, kann gleich auf den Punct v die Linie vr unter dem bemerkten Winkel gezogen werden, und eben so die Linie e s, wenn man an die Seite BC gekommen. Auf diese Art wird man die Figur schon zum Schliessen bringen.

6. Man kann auch gleich wissen, ob man in Messung der Winkel gefehlet oder nicht; denn man darf nur alle Winkel zusammen addiren, und die Summe merken; sodann 180 mit der Anzahl der Seiten weniger 2 multipliciren. Ist diese Summe und dieses Product gleich, so ist nicht gefehlet, sind sie aber ungleich, so ist gefehlet (§. 48. Nro. 5). Findet man, daß man gefehlet, so wird wohl das sicherste seyn, daß man noch einmal messe.

7. Es wird wohl unnöthig seyn, zu erinnern, daß auf jeglichen Riß der verjüngte Maasstab, nach welchem er gezeichnet worden, zu setzen seye. Nebst diesem aber pflegt man auch, besonders wenn ein ganzes Gut oder Bann gezeichnet worden, in eine Einfassung zu schreiben, was es für ein Gut oder Bann seye, und dergleichen, und diese Einfassung nennt man eine Cartusche (Cartouche), welche man auf allerley Art verzieret. Die Zierrathen werden hergenommen von denen Dingen, die auf dem Gut wachsen, z. E. sind es Weinberge, kommen, Trauben, Reben ꝛc. daran.

8. Wenn eine ganze Markthum oder Bann, oder ein ander grosses Gut in Riß gebracht werden soll; so muß der Riß durch gewisse Linien in seine Gewandte und Zelgen getheilet, und überall gezeichnet werden, ob es Wälder, Wiesen, Weinberge, Felder ꝛc. seyen. Gewandte sind Stücker Feld, die einen besondern Na-

men haben, und jedes Feld, so einen andern Namen hat, ist ein besonderes Gewandt. Z. E. eines heißt Kästhal, ein anders Wolfswiesen, Schlipf, Letten ꝛc. Ein Zelg oder Flur aber ist bey denen Feldern der Theil, so Winter- oder Sommerfrucht hat, oder brach lieget. Diese werden auf dem Riß nur mit Linien unterschieden, und ihre Namen entweder dazu geschrieben, oder mit Buchstaben oder Zahlen bezeichnet, und die Namen in die Cartusche getragen. Ob es Felder, Wiesen, Wälder ꝛc. sind, wird theils mit Farben, die aber sehr dünne aufzutragen sind, oder mit Figuren gezeichnet. Felder werden gelb gemacht, Wiesen grün, Wasser bläulicht, Häuser roth, Waldungen werden gezeichnet mit dick ineinanderstehenden Bäumen, Baumgärten mit weit auseinanderstehenden Bäumen, Morast mit hin und wieder stehendem Schilf, Weinberge mit Pfählen, um welche sich etwas wie die Reben, windet, Berge werden nur durch Schattirung angezeiget. Wäre es nöthig, daß die Höhe der Berge, und Tiefe der Thäler angezeigt würde, müßte solches durch einen Perpendiculardurchschnitt, den man Profil nennet, besonders, etwa auf der Seite des Risses, vorgestellet werden, wie Tab. III. Fig. 71. 72.

9. Was die Farben betrifft, so werden die Linien mit Tusch gezogen, der mit Wasser angemacht wird, da man den Pensel mit Wasser füllet, und auf dem Tusch hin und her streicht. Das Gelbe giebt der Gummigut, so wie der Tusch angemacht wird. Carmin giebt roth, wird auch mit Wasser angemacht. Berlinerblau muß auf dem Reibstein gerieben, und mit Wasser angemacht werden. Grünspan muß Eßig haben, in welchem es geweichet wird, man kann auch et-

was

was Weinsteinsalz dazu nehmen, so wird die Farbe desto leichter ausgezogen. Carmin und Gummigut vermischt, giebt Purpur, Purpur und Tusch giebt Strohfarb, blau und gelb giebt grün.

10. Will man eine ganze Gegend von vielen Flecken und Dörfern auftragen; bediene man sich der Art, die §. 80 am Ende beschrieben ist.

11. Verlangt man auch die Weltgegenden in den Riß zu tragen, so stelle man nur die Magnetnadel auf eine Seite des Feldes, und bemerke den Winkel, den sie mit ihr macht, so kann auch auf dem Riß ein solcher Winkel gezogen werden, der Norden zeiget. In den Rissen wird insgemein die Magnetnadel in einem kleinen Cirkel gezeichnet, daß ihre Spitze gegen Norden siehet. Hat man keine Magnetnadel bey der Hand; kann man Norden ohngefähr finden, wenn man ein Bäumlein auf dem Feld horizontal abschneidet: denn gegen welcher Seite der Rinde das Mark am nächsten ist, da ist Norden.

12. Die Felder können auch mit Hülfe der Bussole, das ist, der Magnetnadel, aufgetragen werden. Da aber solches vielen Beschwerlichkeiten unterworfen, haben wir solche Art nicht anführen wollen, weil sie zu unserem Zweck nicht nöthig ist, und die, für welche dieser Unterricht geschrieben, sich nicht leicht gute Magnetnadeln anschaffen können.

Eilftes Kapitel
von Ausrechnung der Flächen.

§. 123.

Flächen ausrechnen heißt nichts anders, als finden, wie viel eine Fläche Quadratruthen, Quadratschuhe, Quadratzolle ꝛc. halte, und deswillen heißt man es auch Quadriren. Wenn man also zum Exempel: von der Quadratur des Cirkels redet, so heißt es eben so viel, als ob man von der Art und Weise redete, zu finden, wie viel die Fläche eines Cirkels Quadratruthen, Schuhe, ꝛc. habe. Die Anzahl der Quadratruthen, Schuhe, Zolle ꝛc. die eine Fläche enthält, wird ihr Inhalt oder Area genennet. Hiebey wollen wir erstlich zeigen, daß der Inhalt von allen Parallelogrammis gefunden werde, wenn Länge und Breite mit einander multipliciret werde, darnach weil ein Triangel die Hälfte eines Parallelogrammi ist (§. 99), so müsse auch seine Grundlinie mit der Höhe multiplicirt, das Product aber halbiret werden; endlich, da alle Figuren sich in Triangel zerlegen lassen, so müssen die übrigen Figuren durch Diagonalen in Triangel zerleget, und jeder besonders ausgerechnet werden.

§. 124.

Den Inhalt eines Parallelogrammi zu finden.

I. Fall. Wenn es ein Quadrat ist (Tab. V. Fig. 95). Man messe die Seite CD mit einem gewissen Maasse, z. E. Ruthen, Schuhen ꝛc. und multipliciere die

die Zahl dieser Schuhe mit sich selbst. Was herauskommt, ist die Menge der Quadratruthen, Schuhen, u. s. w. die in dem Quadrate enthalten sind.

Denn so viel Ruthen, Schuhe, u. s. w. in der Seite CD befindlich sind, so viel Quadrate einer Ruthe, oder eines Schuhes, u. s. w. können an der Linie CD anliegen. Das giebt eine Reihe von Quadratruthen, die auf der Linie CA die Länge einer Ruthe, oder eines Schuhes, u. s. w. einnimmt. Hinter dieser Reihe läßt sich eine zweyte setzen, die wieder eine Ruthe, einen Schuh, u. s. w. von CA wegnimmt; und solchergestalt lassen sich so viel Reihen Quadrate hintereinander setzen, so viel Ruthen oder Schuhe, u. s. w. CA hat; CA aber hat so viel, als CD, folglich giebt es so viel Reihen Quadraten, so viel Quadrate in einer Reihe sind. Die Menge aller Quadrate aber kömmt heraus, wenn man die Menge der Quadrate in einer Reihe so vielmal nimmt, so viel Reihen sind, das ist: wenn man die Zahl der Ruthen, Schuhe, u. s. w. mit sich selbst multiplicirt.

In der 95sten Figur hat CD 12 Theile, was nun dieselben bedeuten mögen Ruthen, oder Schuhe, u. s. w. Daher liegt an CD eine Reihe von 12 Quadraten, deren jedes einen solchen Theil zur Seite hat und dergleichen Reihen giebt es 12 hintereinander, weil CA auch 12 solche Theile hat, also zwölfmal zwölf, oder 144 Quadrate in ABDC.

II. Fall. Wenn es ein Rechteck ist (Tab. VI. Fig. 114). Man messe wiederum beyde Seiten Ac, AB mit einerley Maasse, die beyden Zahlen, die solchergestalt für die Seiten herauskommen, mit einander

multiplicirt, geben zum Producte, wie viel Quadrate dieses Maaßes im Rechtecke enthalten sind.

Denn so oft das Maaß in AB enthalten ist, so viel Quadrate davon liegen an AB an, und machen eine Reihe; so oft das Maaß in AC enthalten ist, so viel Reihen Quadrate haben hintereinander Platz; die Menge aller Quadrate aber kömmt heraus, wenn man die Menge der Quadrate in einer Reihe mit der Zahl der Reihen multiplicirt.

In der 114ten Figur hat AB 17 Theile, oder hält 17 von dem angenommenen Maaße, und AC hält 4; daher giebt es 17 Quadrate in einer Reihe, und 4 Reihen, also viermal siebenzehen jeder 68 Quadrate im Rechtecke der 114ten Figur.

III. Fall. Wenn es Rhombus oder Rhomboides ist (Tab. V. Fig. 96). Man nehme eine Seite, welche man will, als CD für die Grundlinie an, und fälle darauf von der gegenüberstehenden Seite ein Perpendikel ba; welches die Höhe heißt; beyde messe man mit einerley Maaße, und multiplicire diese Zahlen mit einander, das Product giebt den Inhalt des Parallelogramms in Quadraten dieses Maaßes.

Denn man setze es sey Fig. 96. AB=CD und ba=AE, so ist das schiefe Parallelogramm, dessen Seiten KC, CD sind. Die Höhe ba ist so groß als das Rechteck, dessen Seiten EA, AB, sind (§. 68), des Rechtecks Inhalt aber ist nach dem zweyten Falle, EA mit AB multiplicirt; also des Parallelogramms gleicher Inhalt, ab statt EA mit CD statt AB multiplicirt.

Die

Die Seite eines Quadrats seye 7°9'.

```
   79
   79
  ---
  711
 553
 ----
62°,41   Inhalt des Quadrats.
```

Eine Seite eines Rectanguli seye 843", die andere 4°

```
 8 4 3
     4 0 0
 ----------
33°,72',00" Inhalt.
```

Die Seite eines Rhomboidis cd seye 5°2' die Höhe ab 786"

```
   78 6
    5 20
  --------
  1 57 20
 39 30
 --------
40°,87',20"
```

Man bemerke hiebey

1. Es ist §. 95 gemeldet worden, daß die zwey Zahlen, die mit einander multiplicirt werden sollen, wenn sie nicht schon von einerley Sorten sind, durch Zusetzung der Nullen zu einerley Sorten zu machen seyen.

2. Bey den Rhombis und Rhomboidibus muß man sich wohl in Acht nehmen, daß man nicht die Linie CK für die Höhe ansehe, sondern ba, weil eine jede Höhe eine Perpendicularlinie seyn muß (§. 22).

§. 125.

Den Inhalt eines Triangels zu finden.

(Tab. VI. Fig. 108). Messet die Grundlinie AB und Höhe, das ist die Perpendicularlinie CD aus der Spitze C auf die Grundlinie, und multipliciret sie in einander, das Product aber halbiret (§. 99) die Grundlinie AB seye 105′ die Höhe 642″

```
    642
   1050
  ------
  32100
  6420
 -------
 674100
2)------
33,70,50″
```

1. Man wird leicht begreifen, daß es einerley seye, ob man nach der Multiplication das Product halbire, oder vorher entweder die Höhe oder Grundlinie, als voriges Exempel

```
   321          642
  1050          525
 ------        -----
 16050         3210
 3210         1284
 ------       3210
 337050      ------
             337050
```

2. Wenn der Inhalt von dem Triangel bekannt und seine Grundlinie, und man dividiret mit der ganzen Grundlinie in den Inhalt, bekommt man die halbe Höhe;

Höhe; dividiret man aber mit der halben Grundlinie, so bekommt man die ganze Höhe.

3. Auf dem Papier ist eben nicht nöthig, daß man die Perpendicularlinie wirklich ziehe, sondern man darf nur den Cirkel in C setzen, und ihn so weit eröffnen, daß der Bogen x die Linie AB berühre, so hat man die Länge des Perpendiculs, welches zum Ausrechnen genug ist. Auf dem Feld aber, wenn man den Triangel nicht will aufs Papier tragen, muß man mit dem Scheiblein den Punct D suchen (§. 59), damit man von da aus die Linie CD messen könne.

4 Hat man einen rechtwinklichten Triangel zu messen, so darf man nur die Linie BC mit AB multipliciren, und das Product halbiren (Tab. I. Fig. 6).

5. Sind die beyden Seiten an der Grundlinie einander gleich, welches beym gleichseitigen und gleichschenklichten Triangel ist; so quadrire man eine Seite, ziehe davon das Quadrat der halben Grundlinie ab, und ziehe aus dem Rest die Quadratwurzel; so hat man die Höhe, die mit der halben Grundlinie multiplicirt, den Inhalt des Triangels giebt.

* Anderst.

1. Addiret alle Seiten, und halbiret diese Summe.

2. Von dieser halben Summe subtrahiret jede Seite besonders.

3. Diese drey Reste multipliciret in einander, und das Product noch einmal mit der halben Summe.

4. Aus

4. Aus diesem letzten Product ziehet die Quadratwurzel, so habt ihr den Inhalt. Z. E. es seye AB=48°, AC=35°, BC 29°.

48	56	56	56
35	48	35	29
29	1 Rest 8	2 Rest 21	3 Rest 27
112			2 Rest 21
2) 56=½ Summ			27
			54
			567
			1 Rest 8
			4536
			½ Summ 56
			27216
			22680
			254016

254016(504 Inhalt
25
4016
1004
4016
0

§. 216.

Den Inhalt eines Trapezii zu finden.

Es giebt zweyerley Trapezia (§. 13), das gemeine und parallele. Ist es ein paralleles, so addiret die zwey Seiten, die parallel sind, KM und LN, halbiret sie, und multipliciret diese Hälfte mit der Breite ab (Tab. I. Fig. 16).

Es

Es seye KM=15°, NL=21°, ab=7°

$$\begin{array}{r} 15 \\ 21 \\ \hline 36 \\ 2)\overline{} \\ 18 \\ 7 \\ \hline 126° \end{array}$$

Ist es das gemeine Trapezium (Tab. VI. Fig. 116), so ziehet eine Diagonale AC, so habt ihr zwey Triangel, deren jeden ihr ausrechnen könnet (§. 125). Weilen aber AC die Grundlinie zu beyden Triangeln ist, folglich mit Bb und Da multipliciret werden sollte, so kann dieses auf einmal geschehen, wenn man vorher die beyden Perpendikel Bb und Da addiret, und ihre Summe mit der Diagonale multipliciret, und das Product halbiret, oder vorher entweder diese Summe oder die Diagonale halbiret.

Es seye AC=18°, Da=7°, Bb=9°

$$\begin{array}{r} 9 \\ 7 \\ \hline 16 \\ 18 \\ \hline 128 \\ 16 \\ \hline 288 \\ 2)\overline{144} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ 7 \\ \hline 126 \\ 2)\overline{63} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ 9 \\ \hline 162 \\ 2)\overline{81} \\ 63 \\ \hline 144 \end{array}$$

Es ist hier nöthig, einen sehr gemeinen Irrthum anzumerken, den die meisten Feldmesser begehen. Wenn ihnen ein viereckigter Platz zu messen vorkommt; addiren sie

AB

AB und DC, desgleichen BC und AD, halbiren beyde Summen, und multipliciren sie in einander, und meynen, sie haben den Inhalt. Allein, wenn das wahr wäre, so müßte das Trapezium ABCD immer einerley Inhalt haben, es möchte verschoben werden, wie es wollte, wenn es nur die ersten Seiten behielte, welches aber falsch ist.

§. 127.

Eine jede geradlinichte Fläche auszurechnen (Tab. VI. Fig. 115).

Auf dem Papier.

Zerleget die Figur durch Diagonalen in Triangel, rechnet ihren Inhalt aus (§. 125), und addiret aller Triangel Inhalt zusammen. Bekommen zwey Triangel eine gemeinschaftliche Grundlinie, dergleichen AC ist, so rechnet sie aus als ein Trapezium (§. 126).

Auf dem Felde.

Entweder traget das Feld aufs Papier (§. 118. 119. 120), und verfahret hernach, wie erst gemeldet, oder stecket auf dem Feld Diagonalen ab, und rechnet hernach die Triangel aus, ohne sie aufs Papier zu tragen (§. 125. Nro. 3).

Anderst (Tab. VI. Fig. 105).

Zerleget das Feld, wie §. 118 nach der zweyten Art gezeiget worden, in parallele Trapezia, und an denen Enden in rechtwinklichte Triangel. Und wenn ihr die Länge der Linien af, ab, bc etc. und der Perpendikel

pentikel an, ch, kd ꝛc. in die ohngefähre Figur geschrieben, so könnt ihr nur, ohne die Figur aufzutragen, den rechtwinklichten Triangel ban ausrechnen (§. 125. N. 4), sodann die Paralleltrapezia anhc, chkd, dkge (§. 126), und endlich den rechtwinklichten Triangel gef, diese Stücke, ausser dem Triangel anb, zusammen addiren, anb aber subtrahiren, weil er nicht zum Feld gehöret. (Tab VI. Fig. 106) müßte eine Diagonale pk gezogen werden, so müßte eben dieses auf beyden Seiten derselben vorgenommen werden.

Wer §. 125 und 126 begriffen, wird sich selber Exempel machen können.

§. 128. *

Aus dem gegebenen Diametro oder Peripherie den Inhalt des Cirkels zu finden.

1. Suchet aus dem Diametro die Peripherie (§. 73), oder aus der Peripherie den Diametrum (§. 74).

2. Multipliciret den Diametrum mit der Peripherie, und dividiret das Product mit 4, oder die Peripherie mit dem vierten Theil des Diametri, oder den Diametrum mit dem vierten Theil der Peripherie, oder den halben Diametrum mit der halben Peripherie: denn der Cirkel ist einem Triangel gleich, dessen Grundlinie die Peripherie, und die Höhe der Radius (§. 103. 125).

Der Diameter seye 5°.

$$\begin{array}{r} 100 \text{ — } 314 \text{ — } 5 \\ 5 \\ \hline 1570'' \\ 50 \\ \hline 7850 \\ 4)\overline{} \\ 1962'\tfrac{1}{2} \text{ oder } 19,\, 62,\, 50'' \end{array}$$

Anderst.

Sprecht 1000 giebt 785 (§. 104), was giebt das Quadrat des Diametri?

$$\begin{array}{rrr} 1000 \text{ — } & 785 \text{ — } & 5 \\ & 25 & 5 \\ \hline & 3925 & 25 \\ & 1570 & \\ \hline \end{array}$$

$$19{,}625 = 19\tfrac{625}{1000} = 19,\, 62,\, 50''.$$

Anderst.

Wenn ihr den Inhalt des Cirkels nicht auf das genaueste verlanget, so machet aus dem Diametro das Quadrat, dividiret solches mit 5, und ziehet diesen fünften Theil davon ab, so habt ihr auch den Inhalt: denn das Quadrat des Cirkels verhält sich zum Cirkel, wie 1000 zu 785 (§. 104), das ist beynahe wie 5 zu 4.

Weil man die Figuren durch Quadrate ausmißt, so heißt eine Figur quadriren so viel, als ihren Inhalt angeben. Besonders heißt die Quadratur des Cirkels die Art seinen Inhalt zu finden, welche, wie aus gegen-

gegenwärtigem erhellet, darauf beruht, daß man aus dem Durchmesser den Umfang berechnen, folglich eine gerade Linie, die dem Umfange gleich ist, angeben, oder den Cirkel rectificiren kann. Weil nun die eigentliche Verhältniß des Diameters zur Peripherie noch unbekannt ist (§. 56), so gilt eben das von der Quadratur des Cirkels. Und Leute, die nur so viel wissen, daß die Quadratur des Cirkels noch nicht völlig bekannt ist, suchen solche noch; sie werden sich aber aus §. 56 belehren können, daß ihre Bemühungen, wenn sie auch glücklich wäre, doch in der Ausübung nicht den geringsten Nutzen hätte; diese Quadratur aber als eine theoretische Wahrheit bloß zum Vergnügen des Verstandes zu entdecken, kann diesen Cirkelquadrirern nicht einfallen, weil die meiste von ihnen, sogleich die gröbste Unwissenheit der ersten Anfangsgründe der Geometrie verrathen. Wenn solche Quadraturen vorkommen, so ist der sicherste Weg sie zu prüfen, daß man die Verhältniß des Durchmessers zum Umfange, die sie angeben, mit den Ludolphischen Zahlen vergleicht; da diese Zahlen erwiesen sind, so ist jede Verhältniß falsch, die nicht mit ihm übereinstimmt, und ordentlich fehlen diese Cirkelquadrirer so grob, daß man die Ludolphische Zahlen noch nicht so weit, als sie im 56 §pho angeführt sind, nöthig hat, den Fehler zu entdecken.

§. 129. **

Wenn es bekannt ist, wie groß der Inhalt eines Cirkels seyn solle, den Diametrum dazu zu finden.

1. Sprechet 785 giebt 1000, was giebt der gegebene Inhalt? so habt ihr das Quadrat des Diametri (§. 104).

2. Aus dem gefundenen Quadrat des Diametri ziehet die Quadratwurzel.

Der Inhalt seye 196250″

785 —— 1000 —— 196250
1000

785) 196250000 (25°00′00″
1570

3925
3925

0

250000 (5°0′0″
25

§. 130. **

Den Inhalt eines Ausschnitts oder Sectoris zu finden (Tab. I. Fig. 22).

Multipliciret den Bogen KL mit dem Radio CK, und halbiret das Product (§. 103. Zus.).

Der Radius muß also gegeben seyn; die Grösse des Bogens aber wird gefunden, wenn man weiß, wie viel er Grade hat (§. 75).

Der

Der Radius seye 30°, und der Bogen habe 6 Grad

100 —— 314 —— 60
60

18840
360 —— 1884′ —— 6
6

360) 11304 ($31\frac{144}{360} = 31\frac{2}{5} = 31°4′$
108

50
36

14

314
150

1570
314

47100′

§. 131. **

Den Inhalt eines Abschnitts zu finden (Tab. I. Fig. 22).

Rechnet zuerst den Ausschnitt CIH aus §. 130, darnach den Triangel IHC (§. 125), und ziehet diesen von jenem ab.

§. 132. **

Den Inhalt einer Ellipsis oder Ovalrundung auszumessen (Tab. I. Fig. 21).

1. Sehet den grossen Diametrum CD als einen Diametrum eines Cirkels an, und rechnet nach demselben den Inhalt des Cirkels aus (§. 128).

2. Sprechet: der grosse Diameter CD giebt den kleinen AB, was der gefundene Inhalt Nro. 1; so hat man den Inhalt.

§. 133.

Ein krummlinichtes Feld auszurechnen (Tab.VI. Fig. 112).

Weil ein krummlinichtes Feld auch in Triangel und Parallele Trapezia, wie die Figur zeiget, zerleget werden kann: so wird es ausgerechnet, wie die geradlinichte.

§. 134.

Der Nutzen von Ausrechnung der Flächen erstreckt sich nicht nur auf die Felder, sondern auf noch viel andere Dinge, davon wir nur einige anführen wollen.

1. Wenn ein Zimmer soll tapeziert werden, so darf man nur die Fläche der Wände ausrechnen, zum Maasstab aber, statt der Ruthen oder Schuhe, die Elle nehmen, so findet man, wie viel Quadratellen erfordert werden. Will man hernach wissen, wie viel Ellen Zeug nöthig seyen, so darf man nur die Breite des Zeugs in den gefundenen Inhalt der Quadratellen dividiren. Z. E. der Inhalt der Wände seye 375 Quadratellen, und der Zeug $1\frac{1}{2}$ Elle breit

$1\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$) 375
2
―――
750
3) ―――
250 Anzahl der Ellen des Zeuges.

2. Es soll eine Tafel vergoldet werden, so sucht man nur ihren Inhalt nach dem Maasstab, der so groß, als die Seite eines Goldblätleins; so findet man, wie viel Goldblättlein nöthig seyen.

3. Wenn

3. Wenn eine Strasse gepflästert werden soll; so wird solches nach dem Quadratklafter bezahlt, ein Klafter aber ist 6 gemeine Schuh, folglich ein Quadratklafter 36 Quadratschuhe. Man darf also nur den Inhalt in Schuhen finden, und mit 36 dividiren, so findet man die Klafter. Nur wäre sehr bequem im Rechnen, wenn der gemeine Schuh in 10 Zoll, und der Zoll in 10 Linien getheilet würde.

4. Eben so, wenn ein Zimmer mit steinernen Blatten zu belegen wäre, die nach dem Quadratschuh bezahlt werden, darf nur der Inhalt in Schuhen gesucht werden.

5. Wenn das Bauholz der Länge nach geschnitten wird, kommt es auf Länge und Breite des Schnitts an, um die Zeit, die dazu erfordert wird, und folglich auch den Lohn zu bestimmen. Darum muß auch hier der Flächen Inhalt des Schnitts berechnet werden.

6. Wenn man wissen will, wie viel Tuch zu einem Kleid erfordert wird, darf man nur dessen Inhalt in Quadratellen suchen, und übrigens nach Nro. 1 verfahren. Und dieses kann leicht geschehen, wenn das Kleid auf Papier gezeichnet und in Triangel zerleget wird, und wo es krumme Linien giebt, lieber gerade dafür annimmt, die etwas mehr betragen, als des Kleides Inhalt, weil doch bey dem Schneiden etwas abfällt.

7. Ein Mantel wird als ein Cirkel geschnitten, und in der Mitte, wo der Hals ist, so viel herausgeschnitten, als zum Kragen nöthig ist. Gesetzt nun, ein Mantel seye lang $2\frac{1}{2}$ Elle; so ist der Durchschnitt des Cirkels 5 Ellen, und der Umkreis $15\frac{7}{10}$, der Inhalt

in Quadratellen $19\frac{5}{8}$. Wenn nun das Tuch $2\frac{1}{2}$ Elle breit; so braucht man zum Mantel $7\frac{17}{20}$ Ellen.

(Tab. III. Fig. 71). 8. Ehe wir weiters gehen, wollen wir noch die Frage erörtern, ob man bey Feldern, die an Bergen liegen, die Horizontalfläche für den Inhalt des Feldes halten solle, oder die schiefe an dem Berg liegende? Wenn man betrachtet, daß, obgleich die schiefe Fläche An grösser ist, als die horizontale Af, dennoch auf jener nicht mehr Bäume, Reben oder Fruchthalmen wachsen können, als auf dieser, weil sie auf der schiefen Fläche eben sowohl aufrecht stehen müssen, als auf der horizontalen: so möchte man denken, es wäre schicklicher, die horizontale für den Inhalt zu halten. Allein, es kommt theils auf das Herkommen an, bey dem man es belassen muß, und die Grösse der Felder in die Lagerbücher einschreiben, wie es von je her gebräuchlich gewesen, theils auf die Art, die bergigten Gegenden anzubauen: denn einige Berge werden angebauet, wie sie ihrer Natur nach liegen, andere aber mit Absätzen und Rainen, da ein jedes Stück horizontal gemacht, und mit Rainen von den obern und untern abgesondert wird. In dem ersten Fall ist es gleich viel, ob man die Horizontal- oder schiefe Fläche für den Inhalt annimmt, wenn man nur das alte Herkommen in Acht nimmt. Im letztern Fall aber muß man die Horizontalfläche für den Inhalt annehmen; denn sonst machten die Absätze und Raine gar zu viel Ungleichheiten. Um deßwillen wird zwar in unserm ganzen Lande die schiefe Fläche an Bergen für den Inhalt in die Lagerbücher getragen, allein in der Markgravschaft Hachberg konnte es nicht seyn, weil dasiger Boden die Absätze erfordert; dahero daselbst nur die

die Horizonzalfläche für den Inhalt gehalten wird. Hieraus wird sich leicht begreifen lassen, daß, wo man die schiefe Fläche für den Inhalt annimmt, eine ganze Markthum, die horizontal aufgetragen werden muß (§. 122. Nro. 4), weniger betragen müsse, als wenn man die einzelne Inhalte zusammen addirt; wo nicht die Strassen, die gemeiniglich nicht eingetragen werden, so viel betragen, als die schiefe Fläche die horizontale übertrifft.

Zwölftes Kapitel

von Theilung der Figuren und Felder.

§. 135.

Wenn eine Figur oder Feld in etliche gleiche oder ungleiche Theile getheilet werden soll; so kommt alles darauf an daß man wisse, wie ein verlangtes Stück von so und so viel Ruthen von einem Feld abgeschnitten werden solle. Und dieses abzuschneidende Stück verlangt man entweder in Gestalt eines Triangels oder gleichbreiten Stückes. Damit wir aber kürzer reden können, so wollen wir die Seite des Feldes CD, neben welcher der Abschnitt geschehen solle, die Grundlinie nennen, und diejenige GH, durch welche der Abschnitt wirklich geschiehet, die Theilungslinie; die beyden Linien aber BC und ED, die an die Grnndlinie stossen, Seitenlinien (Tab. VII. Fig. 117).

§. 136.

Einen Triangel von verlangter Grösse von einem Feld abzuschneiden (Tab. VII. Fig. 117).

1. Messet die Grundlinie, und halbiret sie: z. E. CD seye 7°3′, so ist die Hälfte 3°6′5″.

2. Dividiret diese Hälfte in den Inhalt des abzuschneidenden Stückes, so z. E. 8°75′ seye; so habt ihr die Höhe des verlangten Triangels (§. 125. Nro. 2).

$$
\begin{array}{l}
3650''') \; 8750000''') \; 2397''' \\
 \underline{730} \\
 1450 \\
 \underline{1095} \\
 3550 \\
 \underline{3285} \\
 2650 \\
 \underline{2555} \\
 95
\end{array}
$$

Man thut wohl, wenn man alles zu Linien macht, damit man desto weniger fehle.

3. In der Weite dieser gefundenen Höhe 2397''' ziehet mit der Grundliuie eine Parallele GH, und wo diese die Seitenlinien durchschneidet, so ziehet, von welcher Seite es euch am schicklichsten dünkt, gegen das andere End eine Linie, z. E. HC; so ist der verlangte Triangel HCD abgeschnitten.

§. 137.

Ein gleich breites Stück (z. E. 9°37') von einem Feld abzuschneiden (Tab. VII. Fig. 118. 119).

1. Messet die Grundlinie AB (die seye 4°), und dividiret sie in den Inhalt des abzuschneidenden Stückes; so habt ihr die Breite des verlangten Stückes, wenigstens ohngefähr.

$$
\begin{array}{l}
4000''') \; \underline{9370000'''} \\
 2342'''
\end{array}
$$

2. In der Weite dieser gefundenen Breite 2342‴ ziehet mit der Grundlinie eine Parallele CD.

3. Messet diese Parallele CD, ist sie so groß als die Grundlinie, so habt ihr das verlangte Stück; ist sie länger, so ist es zu groß; ist sie kürzer, so ist es zu klein. Also ist Fig. 118 das Stück CDBA um den Triangel FDB zu groß; hingegen Fig. 119 das Stück cdba um den Triangel fdb zu klein.

4. Setzet eine Regel de tri an, da der erste Satz die gezogene Parallele CD Fig. 118, oder cd Fig. 119 der zweyte Satz, um wie viel die Parallele grösser oder kleiner, als die Grundlinie; der dritte Satz das Stück CA (ca) oder DB (db), welches die Parallele CD (cd) von den Seitenlinien abschneidet, nachdem euch CA oder DB schicklicher scheinet. Z. E. die Parallele seye gefunden 472″ und CA 2°4′8″.

4000‴ —— 720‴ —— 2480‴
720
―――
49600
1736
―――
4000) 1785600
―――
446‴

5. Ist das Stück zu groß gewesen, so setzet das gefundene 446‴ von C gegen A herunter in E, wäre es aber zu klein gewesen Fig. 119, so setzet es gegen g hinauf in e, und ziehet die Linie ED oder ed, welches die wahre Theilungslinie. Hättet ihr aber die Linie DB (db) in die Regel de tri gesetzt, so müßtet ihr das gefundene von D (d) hinauf oder herunter setzen.

Der Grund hievon ist dieser, durch die Linie FB entsteht ein Parallelogrammum CAFB, und der Triangel CDE ist gleich dem Triangel FDB (§. 101); FB aber ist gleich CA.

*Anderst.

1. Halbiret das abzuschneidende Stück, und schneidet diese Hälfte in Gestalt eines Triangels ab (§. 136).

2. Nehmet mit dem Cirkel die Höhe dieses gefundenen Triangels aus D auf der Basi HC (Tab. VII. Fig. 117), und machet in dieser Weite mit HC eine Parallele; und wo diese die Seitenlinie CB schneidet, ziehet bis in H die verlangte Theilungslinie. Denn auf diese Art schneidet man die Hälfte des verlangten Stückes zweymal, das ist, ganz ab.

§. 138.

Wir bemerken hiebey

1. Die beyden angeführten Arten sind eben so leicht auf dem Feld als Papier zu machen, weil es blos auf Ziehung der Parallellinien ankommt, die wir oben auf dem Feld und Papier zu ziehen gelernet (§. 61). Nur wäre noch zu zeigen, wie der Punct G oder H auf den Seitenlinien im Feld abzustecken (Tab. VII. Fig. 117). Wenn nämlich vermittelst der zwey Perpendicularlinien die Parallele durch die Stäbe K und L abgestecket worden; so stehet einer hinter den Stab L der andere hinter den Stab C, und der dritte stecket den Stab G, daß ihn der erste mit L und K, und der andere mit C und B in gerader Linie siehet.

2. Ge-

2. Geschiehet es, daß die Grundlinie nicht in einem fortgehet, sondern einen oder mehrere Winkel macht, wie z. E. ABC (Tab. VII. Fig. 120), so ziehet man die Linie AB, rechnet den Triangel ABC aus, und ziehet dessen Inhalt von dem verlangten Stück ab, und setzet auf die Linie AB nur noch den Rest.

3. Eben so verfähret man, wenn die Grundlinie eingehende Winkel macht (Tab. VII. Fig. 121), nur muß man in dem Fall den Inhalt des abzuschneidenden Stückes addiren, daß das ganze Viereck DEBA um den Triangel ACB mehr ist, als man verlangte. Da nun der Triangel ACB nicht zum Feld gehöret, so ist das Stück DEBCA gerad so groß, als man es verlangte.

4. Machen die Seitenlinien noch unter der gezogenen Parallele CD einen Winkel, wie CEA (Tab. VII. Fig. 122); so muß man erst noch durch E eine Parallele mit der Grundlinie ziehen, und das Stück EFBA ausrechnen, und so dann auf die Linie EF noch so viel abschneiden, als über das Stück EFBA noch erfordert wird. Z. E. sollte auf die Linie AB abgeschnitten werden 15°16′, das Stück EFBA aber würde gefunden 10°09′, so müßte auf die Linie EF nur noch abgeschnitten werden, 5°07.

5. Ist etwa die gefundene Theilungslinie denen Besitzern der Felder entweder wegen des Bodens oder andern Ursachen nicht anständig: so muß nach ihrer Bequemlichkeit eine andere gezogen werden, wie dieses zu machen, soll jetzt gleich gezeigt werden.

§. 139.

§. 139.

Eine gezogene Theilungslinie, z. E. AB durch einen andern beliebigen Punct, z. E. C zu ziehen (Tab. VII. Fig. 123).

1. Ziehet durch das verlangte Punct C und das gegenüberstehende Ende der ersten Theilungslinie B eine Linie CB.

2. Mit dieser Linie CB ziehet durch das andere End A der ersten Theilungslinie AB eine Parallellinie AD.

3. So könnet ihr die neue Theilungslinie CD ziehen.

Denn der Triangel ABC ist so groß als der Triangel CDB (§. 99. Nro. 1).

Wäre dieses noch nicht gefällig, so kann sie auf gleiche Art so vielmal verändert werden, bis sie recht ist.

§. 140.

Ein jedes Feld in verlangte Theile zu theilen.

1. Rechnet den Inhalt des Feldes aus (§. 127), und wenn es gleiche Theile seyn sollen, dividiret ihn in so viel Theile, als verlangt werden, z. E. der Inhalt des Feldes würde gefunden 197° 18', und sollte in 5 Theile getheilet werden.

$$5\overline{)197180 0}$$

$$39° 43' 60''$$

2. Erwählet euch nach Beschaffenheit der Lage des Feldes eine Seite zur Grundlinie, und schneidet auf die-

dieselbe nach Anleitung §. 137 den gefundenen Theil 394360″: denn niemand wird leicht sein Feld in Gestalt eines Triangels haben wollen.

3. Nehmet die gefundene Theilungslinie wieder zur Grundlinie an, und schneidet darauf eben so den zweyten Theil, und so fahret fort, bis alle Theile abgeschnitten sind.

4. Sollte das Feld in ungleiche Theile getheilet werden, daß z. E. Hanns $\frac{1}{5}$, Peter $\frac{2}{15}$, Jacob $\frac{11}{30}$ und Lenz $\frac{3}{10}$ von dem Feld, so 356° 18′ hält, haben sollte. So muß nach der Regula Societatis gesprochen werden: 1 giebt 35618′, was $\frac{1}{5}$? was $\frac{2}{15}$? was $\frac{11}{30}$? was $\frac{3}{15}$? oder für einen jeden der Inhalt des Feldes mit dem Zähler des Bruchs, den er haben soll, multiplicirt, und das Product mit dessen Nenner dividiret werden, damit eines jeden Antheil herauskomme, welches man, wie gezeiget worden, abschneidet.

Hanns:	712360″
Peter:	474906 $\frac{10}{15}$
Jacob:	1305993 $\frac{1}{3}$
Lenz:	1068540
	3561800

5. Ist die Grösse eines jeden Stücks angegeben, als Kunz soll haben 367°, Adam 114°, und Benz 209° an einem Feld von 690°, so brauchts weiter nichts, als daß man einen jeden sein Theil nach Anweisung §. 137 abschneide.

§. 111.

Bey Eintheilung der Felder kommen noch ein und andere Umstände zu betrachten vor.

1. Es

1. Es ist vor sich klar, daß die Brüche §. 140. Nro. 4. ein ganzes oder 1 ausmachen müssen. Sollte aber gleichwohl in einem Lagerbuch stehen, daß von einem Feld von 5780° Hanns $\frac{1}{7}$, Jerg $\frac{1}{3}$, und Friz $\frac{2}{5}$ haben solle, welches weniger als ein ganzes, oder Hanns $\frac{3}{4}$, Jerg $\frac{2}{9}$, und Friz $\frac{1}{8}$, welcher mehr als ein ganzes: so wäre nichts anders zu machen, als daß man diese Brüche addirete, und nach der Regel de tri also rechnete: die Summe von $\frac{1}{7}, \frac{1}{3}$ und $\frac{2}{5}$ $(=\frac{92}{105})$ giebt 5780°, was giebt $\frac{1}{7}$? was giebt $\frac{1}{3}$? was giebt $\frac{2}{5}$? daß also durch dreymalige Anwendung der Regel de tri, oder nach der Regula Societatis eines jeden Antheil gefunden würde.

2. Eben so begiebt sichs, daß ein gewisses Feld in den Lagerbüchern vor so und so viel eingetragen ist, es findet sich aber beym Ausmessen, daß es mehr oder weniger ist. Z. E. ein Feld werde angegeben von fünf Morgen, davon Jacob $1\frac{1}{2}$, Kunz 1, und Peter $2\frac{1}{2}$ Morgen haben solle. Es finden sich aber im Messen 864°, das ist: den Morgen zu 160° gerechnet, fünf Morgen und 64°. In diesem Fall muß man wieder rechnen: 5 Morgen geben 864°, was $1\frac{1}{2}$? was 1? was $2\frac{1}{2}$? oder 864 wird mit 5 dividiret; so findet man, wie viel auf einen Morgen gehet, und giebt sodann dem J. $1\frac{1}{2}$, dem K. 1, und dem P. $2\frac{1}{2}$.

3. Oefters ist es sehr vortheilhaft, daß man das Feld nach Gutdünken, entweder wie es die Lage oder Bequemlichkeit der Besitzere erfordert, in die verlangte Theile absteckt, diese Theile ausrechnet, und siehet, ob sie so groß, als man verlanget, oder grösser oder kleiner seyen? Sind sie zu groß oder zu klein, so schneidet man so viel dazu, oder davon, als nöthig ist (§. 136),

welche

welche sonderlich da nöthig, wenn die Felder die Figur haben, wie Fig. 127, und sollen der Länge nach getheilet werden. Und diese Art wird wohl die schicklichste unter allen seyn.

4. Wären die Felder lauter Parallelogramma, das ist: Vierecke, deren überstehende Seiten einander gleich sind, oder Triangel, welches aber selten; so wäre die Theilung gar leicht, wie gleich gezeiget werden soll.

5. Es dörften sich Fälle eräugnen, da die Theilhabere eines Feldes verlangten, daß die Theilungslinien alle in einem Punct, da etwa ein Brunnen wäre, zusammenliefe. Wie solches zu machen, wollen wir auch zeigen.

6. Es giebt auch noch mehrere Arten Felder zu theilen, auch ohne zu rechnen, oder den Inhalt zu wissen; sie sind aber mehr curios, als brauchbar, und kommen darauf an, daß eine jede Figur in einen Triangel verwandelt, und die Theilungslinien nach §. 139 verändert werden. Auch dieses wollen wir beybringen.

§. 142.

Ein Parallelogrammum in verlangte Theile zu theilen (Tab. VII. Fig. 124).

Theilet die überstehende Seiten AB und CD in die verlangte Theile (§. 86), und ziehet durch die Theilungspuncten Linien, so ist geschehen, was man verlangt.

§. 143.

Einen Triangel in verlangte Theile zu theilen (Tab. VII. Fig. 125).

Theilet die Grundlinie AB in die verlangte Theile (§. 86), und ziehet durch die Theilungspuncte in die Spitze C die Theilungslinien (§. 100. Zus.)

* Sollen die Theilungslinien mit der Grundlinie AB (Tab. VII. Fig. *n*) parallel gezogen werden, daß z. E. der Triangel durch die Linien ca, db, in 3 gleiche Theile getheilet werden, so machet aus dem Maas der Linie CB oder CA die Quadratzahl, und theilet sie in so viel Theile, als der Triangel haben soll, hier in 3, und ziehet die Quadratwurzel daraus; so habt ihr die Linie Ca oder Cc. Ziehet ferner aus $\frac{2}{3}$ des Quadrats die Wurzel, so findet ihr Cb oder Cd. Sollte der Triangel in 5 oder mehr Theile getheilet werden, so ziehet aus $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, des Quadrats der Seite CB oder CA die Quadratwurzeln, so habt ihr die Puncte zu den Theilungslinien. Denn diese Triangel verhalten sich, wie die Quadrate der Seiten (§. 102).

§. 144.

Ein Parallelogrammum in zwey Theile zu theilen, daß die Theilungslinie durch ein verlangtes Punct A gehe (Tab. VII. Fig. 126).

1. Ziehet die Diagonallinie EF, und theilet sie in zwey gleiche in B.

2. Ziehet durch A und B die verlangte Theilungslinie CD.

§. 145. *

Ein jedes Feld so zu theilen, daß die Theilungslinien alle in einem Punct zusammenstossen.

1. Berechnet, wie viel auf einen verlangten Theil komme (§. 140).

2. Ziehet aus dem gegebenen Punct gegen alle Winkel des Feldes Linien, und rechnet die dadurch entstandene Triangel aus.

3. Vergleichet einen Triangel nach dem anderen mit der Grösse des verlangten Theils; ist er gerad so groß, so habt ihr das verlangte; ist er zu klein, so schneidet noch, so viel als nöthig, in einem Triangel dazu (§. 136); ist er zu groß, so schneidet so viel davon, um so viel er zu groß ist.

§. 146. **

Eine jede geradlinichte Figur in einen Triangel zu verwandeln (Tab. VII. Fig. 128).

1. Nehmet eine Seite, die euch am schicklichsten ist, z. E. EC zur Grundlinie an, und ziehet sie zu beyden Seiten aus.

2. Auf diese ausgezogene Grundlinie ziehet einen Triangel nach dem andern, in welche die Figur zerleget worden (§. 99. Nro. 2), z. E. es seye die Figur EFGABC. Der Triangel ABC wird an die Grundlinie gezogen; wenn mit AC eine Parallele durch B bis D gezogen wird, und durch die Linie AC ein neuer Triangel ACD entstehet, der dem △ ABC gleich ist. Eben so wird auf der anderen Seite der △ EFG durch die

die Parallele FH und die Linie GH an die Grundlinie gezogen. Ferner wird durch die Diagonale AH der △ AGH abgeschnitten, und durch die Parallele GI und Linie AI an die Grundlinie angezogen, daß endlich der Triangel IAD herauskommt, der der gegebenen Figur gleich ist. Und so verfähret man, wenn die Figur aus mehreren Triangeln bestehet. Sollte ein eingehender Winkel vorkommen, wie ABC (Tab. VII. Fig. 130 x); so wird auch mit AC durch B eine Parallele, und sodann die Linie AD gezogen, da der △ ADC so groß als der △ ABC.

§. 147. **

Eine jede geradlinichte Figur ohne Rechnung in verlangte Theile zu theilen (Tab. VII. Fig. 129).

1. Verwandelt die Figur in einen Triangel (§. 146), als Fig. 129 stellet eben die Figur 128 vor, aber ohne die gezogene Linien, um Verwirrung zu vermeiden.

2. Theilet die Grundlinie ID in die verlangte Theile, z. E. in 6, und ziehet aus den Theilungspuncten gegen A die Theilungslinien; so sind die daher entstehende Triangel die verlangte Theile.

3. Da aber diese Triangel theils ausser die Figur fallen, theils von der Figur Stücke übrig lassen, die sie nicht begreifen, auch niemand gern sein Feld in Gestalt eines △ haben will, so müssen diese Theilungslinien geändert werden (§. 139). Um deswillen thut man wohl, um Verwirrung zu vermeiden, daß man nur die 3 mittlern LA, MA, NA ziehet. Da man denn zwischen L und M ohngefähr in der Mitte den Punct o annimmt, und durch den Punct L mit der

Linie Ao eine Parallele Lq ziehet, damit man die wahre Theilungslinie oq ziehen könne. Und eben so macht mans auf der andern Seite, um die Linie pr ziehen zu können.

4. Nun bleibet zur Linken das Stück qo EGF und zur rechten rB Cp übrig, diese verwandelt man wieder in Triangel, und verfährt vollkommen, wie Nro. 2. 3. gelehret worden, daß man nämlich jede gefundene Grundlinie in unserem Exempel in zwey Theile theilet, Triangel ziehet, und die gefundenen Theilungslinien ändert.

Dreyzehentes Kapitel *
von denen Maassen in der Stereometrie.

§. 148.

Auch hier nimmt man Ruthen, Schuhe, Zolle ꝛc. zum Maas an, nur müssen es Körper seyn, und zwar Cubi, nämlich eine Cubicruthe ist ein Cubus oder Würfel, der eine Ruthe lang, breit und hoch ist, ein Cubicschuh ist ein Cubus, der ein Schuh lang, breit und hoch ist ꝛc. Eine solche Cubicruthe hat zur Grundfläche eine Quadratruthe, die nach dem Decimalmaas 100, nach dem zwölfschuhigen Maas 144 Quadratschuhe ꝛc. hat, um so viel die Grundfläche Quadratschuhe hält, so viel können auch Cubicschuhe darauf stehen. Nun aber liegen in einer Cubicruthe dergleichen Schichten von Cubicschuhen im Decimalmaas zehenmal, im zwölfschuhigen zwölfmal ꝛc. auf einander; daher die Cubicruthe im Decimalmaas zehenmal 100, im zwölfschuhigen zwölfmal 144, im sechszehenschuhigen sechszehenmal 256 Schuhe auf der Ruthen sind, das ist, auf der Cubicruthen sind im Decimalmaas 1000, im zwölfschuhigen 1728, im sechszehenschuhigen 4096 Cubicschuhe.

Es hat demnach

	Sechszehenschuhige Ruthe.	Zwölfschuhige Ruthe.	Decimalruthe.
Sch.	4096	1728	1000
Z.	7077888	2985984	1000000
L.	12230590464	5159780352	1000000000

§ 149.

Die Zeichnung geschiehet, wie beym Längen- und Quadratmaas mit °. ′. ″. ‴. ꝛc. und setzt darzu, daß es Cubicmaas seye, oder schreibt Cubicruthe °c, ′c, ″c.

§. 150.

Da in der Stereometrie eben auch Decimalmaas eingeführt ist, so läßt sich folgendes leicht begreifen.

1. Mit Zusetzung dreyer Nullen werden Ruthen in Schuhe, Schuhe in Zolle ꝛc. verwandelt, zum Exempel: $9° = 9000′ = 9000000 = 9000000000″$ ꝛc.

2. Durch Abschneidung dreyer Zahlen werden kleinere Sorten in grössere verwandelt. Zum Exempel: $85328765″ = 85°, 328′, 765″$. Wo also drey und drey Zifferen abgeschnitten sind, ist es Cubicmaas, und braucht kein weiteres Zeichen.

3. Grösser und kleiner Maas wird nur aneinandergesetzt, und die fehlende Ziffern mit Nullen gefüllet, wenn sie zu einerley Sorten gemacht werden sollen. Z. E. $17°, 25′, 113‴ = 17025000113‴$.

4. Da das Decimalcubicmaas denen gemeinen Zahlen gleich ist, kann man solches auch eben so addiren, subtrahiren, multipliciren, dividiren, und Wurzel ausziehen. Doch ist beym Multipliciren, Dividiren und Wurzelausziehen noch etwas besonders in Acht zu nehmen.

§. 151.

Wird Cubicmaas mit unbenannten Zahlen multipliciret oder dividiret, bleibet es Cubicmaas; vom Decimaalmaas aber wird nichts multiplicirt, als Quadratmaas aus Längenmaas, welches Körper oder Cubicmaas

bicmaas giebt, und nichts dividiret, als Cubicmaas mit Quadratmaas, welches Längenmaas giebt, oder Cubicmaas mit Längenmaas, welches Quadratmaas giebt, auch wird nur aus Cubicmaas Cubicwurzel gezogen. Sonst verfährt man, wie in gemeinen Zahlen, nur ist vor sich klar, daß die verschiedene zu multiplicirende und zu dividirende Decimalzahlen zu einerley Sorte, wenn sie es nicht schon sind, gemacht werden müssen, nämlich durch Zusetzung beym Längenmaas 0, beym Quadratmaas 00, beym Cubicmaas 000 (§. 150. Nro. 1. §. 94. Nro. 2. §. 25. Nro. 1).

Z. E. Es seye zu multipliciren 4°, 23′ mit 7°; zu dividiren 9°, 325′ mit 7°4′5″ oder 8°, 718′ mit 2°, 13′, 36″.

```
    423        745 ) 9325000 ( 1°25′16″
     70              745
  ------             ----
  29,610             1875
                     1490
                     ----
                      3850
                      3725
                      ----
                       1250
                        745
                       ----
                        5050
                        4470
                        ----
                         580

21336 ) 8718000 ) 4°0′8″
        85344
        ------
        183600
        170688
        ------
         12912
```

 Wollte

Wollte man beym Dividiren auch noch Linien, Scrupel &c. haben, müßte zum Divisor, wenn er Längenmaas, o, wenn er aber Flächenmaas, oo, und zum Dividendus, weil er Cubicmaas ist, ooo gesetzt werden. Da aber gleiche Nullen im Divisor und Dividendo einander aufheben, so darf zum Divisor niemal keine Nulle gesetzt werden, sondern nur zum Dividendo, und zwar o, wenn der Divisor Quadratmaas ist, oo aber, wenn der Divisor Längenmaas ist.

§. 152.

Cubicdecimalmaas in gemeines, und gemeines in Decimalmaas zu verwandeln.

Wer das, was §. 26 und §. 95 stehet, begriffen hat, wird hier keines weiteren Unterrichts bedörfen, nur muß man die Natur des Cubicmaasses §. 150, und die in der dem §. 148 beygefügten Tabelle gezeigte Verhältnissen in Acht nehmen. Z. E. 7°125′ in gemein zwölfschuhiges Maas.

1000 giebt 1728, was 125?

4°, 1718′ gemeines sechszehenschuhiges Maas in Decimalmaas.

4096 giebt 1000, was 1718?

Denn die Ruthen sind überall gleich.

§. 153.

Es ist bey dem Cubicmaas noch dieses anzumerken, daß man meistentheils noch den gemeinen und nicht Decimalschuh behält, und statt der Ruthen lieber das Klafter nimmt. Da nun ein Klafter 6 Schuh in die Länge

Länge hat, so muß ein Cubicklafter 216 Cubicschuhe halten, doch rechnen die Maurer auf ein Cubicklafter Mauerwerk nur 36 Cubicschuhe, obgleich die Mauersteine 216 Schuhe haben. Schicklich wäre es, wenn auch bey dieser Art der gemeine Schuh in 10 Zoll, und der Zoll in 10 Linien 2c. getheilet würde. Will man die Verhältniß der Cubicschuh zu einander wissen, darf man nur aus den Zahlen, die ihre Verhältniß in der Länge bestimmen, die Cubiczahl machen, so hat man ihre Verhältniß, und eben so verhalten sich auch die Klafter. Als z. E.

Unterländer Schuh	1000000000
Hochberger Schuh	952763904
Badenweiler Schuh	1309338584
Rötteler Schuh	1327373299

Vierzehentes Kapitel **

von den Grund- und Lehrsätzen in der Stereometrie.

§. 154.

Alle Prismata Parallelepipeda und Cylinder, wenn sie einerley Grundflächen und Höhen haben, sind einander gleich.

Denn sind sie gleich hoch, kann man aus einem nicht mehr Scheiben schneiden, als aus dem andern, und diese Scheiben sind alle einander gleich, weil die Grundflächen gleich sind.

Anm. Dieser sehr gemeine Beweis taugt nichts, denn entweder die Scheibgen werden nur als Flächen angesehen, so läßt sich kein Körper aus übereinader gehäuften Flächen zusammensetzen, oder es sollen dünne Körper seyn, so ist nicht ohne Beweis klar, daß sie gleich sind.

§. 155.

Eine jede Pyramide ist ein Drittel von einem Prismate, so mit ihr gleiche Grundfläche und Höhe hat.

Dieses läßt sich besser an einem dreyeckigten Prismate, welches man in 3 Pyramiden zerschneidet, zeigen, als beschreiben.

Hier-

Hieraus folgt: 1) ein Kegel ist ein Drittel von einem Cylinder, der mit ihm gleiche Grundfläche und Höhe hat.

2. Pyramiden und Kegel sind einander gleich, wenn sie gleiche Grundflächen und Höhen haben.

§. 156.

Wenn Prismata und Cylinder einerley Höhen haben, verhalten sie sich, wie ihre Grundflächen, und wie die Grundflächen, wenn die Höhen gleich sind.

Wenn zwey gleiche Grundflächen haben, und folglich gleich dick sind; so muß das, so nochmal so hoch ist, auch nochmal so groß seyn. Und umgekehrt, wenn sie gleich hoch sind, so muß eines um so vielmal grösser seyn, als das andere, um so vielmal es dicker ist, das ist, um so vielmal die Grundfläche grösser ist.

Eben dieses muß auch von Pyramiden und Kegeln untereinander gelten, weil sich gleiche Theile, wie die ganzen gegeneinander verhalten.

§. 157.

Alle ähnliche Körper verhalten sich zu einander, wie die Cubiczahlen von ähnlichen an oder in ihnen gezogenen Linien.

Statt des Beweises, der zu schwer seyn möchte, wollen wir den Satz nur erklären. Es seyen zwey der Grösse nach ungleiche Parallelepipeda, des einen Länge, Breite und Höhe verhalten sich zu einander, wie

des

des andern Länge, Breite und Höhe, z. E. des einen L. 24. Br. 4. H. 16. des andern L. 12. Br. 2. H. 8, so sind sie einander ähnlich, und verhalten sich zu einander, wie die Cubiczahl von 24 und 12, oder 4 und 2, oder 16 und 8, das ist, wie 64 (=Cub.Z. von 4) zu 8 (=Cub.Z. von 2) ꝛc.

§. 158.

Die Kugel ist einer Pyramide gleich, die zur Grundfläche die Kugelfläche hat, und zur Höhe den Radium.

Nimmt man auf der Kugelfläche ein Quadratplätzlein klein genug an, so wird es endlich für eine gerade Fläche gehalten werden müssen. Denkt man, es würden von dieses Quadrätleins Ecken Linien bis zum Centro der Kugel gezogen, so wird man begreifen, daß es Pyramidlein geben würde, und folglich die ganze Kugel aus unendlich vielen Pyramidlein bestehen. Da nun alle Pyramiden einander gleich sind, wenn sie einerley Grundfläche und Höhe haben, so muß auch eine Pyramide, die zur Grundfläche die Kugelfläche hat, und zur Höhe den Radium, allen diesen kleinen Pyramidlein und folglich der Kugel gleich seyn.

§. 159.

Die Kugel ist $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, der mit ihr gleichen Diametrum und Höhe hat.

Der Beweis von diesem Satz ist hier zu schwer.

§. 160.

§. 160.

Die Kugelfläche ist viermal so groß, als der Cirkel, der herauskommt, wenn die Kugel durch den Mittelpunct durchschnitten wird.

Wer nach denen unten vorkommenden Regeln einen Cylinder ausrechnet, und $\frac{2}{3}$ davon nimmt, der hat den Inhalt der Kugel (§. 159), wenn er ferner diesen Inhalt als eine Pyramide ansiehet (§. 158), und suchet aus ihrem Inhalt und Höhe die Grundfläche, welches die Cirkelfläche ist, der wirds finden, er mag Archimedis, Ludolphs oder Metii Verhältniß annehmen.

§. 161.

Die Kugel verhält sich zum Cubo ihres Diametri, wie der Diameter zum sechsten Theil der Peripherie, das ist, nach Archimedis Verhältniß, wie 7 zu 3$\frac{2}{3}$ (=21. 11) Ludolphs, wie 100 zu 52$\frac{1}{3}$ (=300. 157) nach Metii, wie 113 zu 59$\frac{1}{6}$ (=678. 355).

Dieses zeigt sich, wenn man die Kugel und Cubum ausrechnet.

§. 162.

Ein Cylinder, der so hoch ist, als sein Diameter, verhält sich zum Cubo des Diametri, wie der Cirkel zum Quadrat des Diametri §. 104, das ist, wie 785 zu 1000 2c.

Denn sie haben einerley Höhe, folglich verhalten sie sich, wie die Grundflächen (§. 156); des Cylinders Grundfläche aber ist ein Cirkel, und des Cubi ein Quadrat.

Funf-

Funfzehentes Kapitel
von Verfertigung der Körper.

§. 163.

Wenn wir von Verfertigung der Körper reden, verstehen wir nur, wie ihre Seitenflächen aus Pappendeckel geschnitten, und zusammengeleimt werden, um sich von denen Körpern einen bessern Begriff zu machen. Dergleichen Figuren werden Netze genennet.

§. 164.

Ein Netz zu einem Prismate zu machen (Tab. VII. Fig. 131 *α*).

Es soll z. E. ein fünfeckigtes Prisma gemacht werden. Beschreibet auf Pappendeckel ein Fünfeck A, und an dessen eine Seite ein Rectangulum C, dessen Länge die Länge des Prismatis giebt, an welches ebenfalls ein gleiches Fünfeck B gezeichnet wird. An das Rectangulum C machet oben und unten ebn so viel Rectangula als die Seiten der Figur A und B erfordern, so ist das Netz fertig.

Diese Figur wird ausgeschnitten, die Linien aber ab, ac rc. werden nicht ganz, sondern nur halb durchgeschnitten, damit sich das zusammenlegen lasse, und daß der Körper aus dem Netz zusammengeleimt werden könne, werden Ränder an den Seiten gelassen, wie die punctirte Linien an der Figur zeigen. Und dieses alles muß bey allen Netzen in Acht genommen werden.

Man

Man wird ohne Erinnern begreifen, daß das Prisma 3, 4, 5 ꝛc. eckigt, regulair oder irregulair werde, nachdem die Figur A und B ist. Ist die Figur A und B ein Cirkel, und eg dessen Peripherie gleich, so giebt es einen Cylinder.

§. 165.

Ein Netz zu einer Pyramide zu zeichnen (Tab. VII. Fig. 130).

Reisset aus dem Centro C einen Bogen BD, und traget in denselben als Sehnen, die Seiten, die die Grundfläche haben soll, und an eine dieser Sehnen die Grundfläche A selber.

Wird zur Grundfläche A ein Cirkel genommen und der Bogen DB so groß, als dessen Peripherie gemacht, so giebt es einen Kegel.

§. 166.

Das Netz zu einem Tetraedro zu zeichnen (Tab. VIII. Fig. 131).

Machet einen gleichseitigen Triangel (§. 107) DEF theilet jede Seite in zwey gleiche Theile (§. 84), so könnt ihr AB, BC und AC ziehen, und habt die 4 Triangel zum Tetraedro.

§. 167.

Das Netz zu einem Octaedro zu zeichnen (Tab. VIII. Fig. 132).

Ziehet

Ziehet die Linie AE, und theilet sie in drey gleiche Theile, machet über AC das Netz zum Tetraedro, und über DE desgleichen unterwärts, so ist es fertig.

§. 168.

Das Netz zu einem Jcosaedro zu zeichnen (Tab. VIII. Fig. 133).

Machet einen gleichseitigen Triangel p d A, und ziehet die Linie pd aus, auf welche pd noch viermal getragen werden muß; ziehet durch A mit der Linie pm eine Parallele, und traget pd fünfmal darauf. Ziehet ferner durch die Theilungspuncten auf den Linien AB und pm kreuzweis durcheinander die Linien ox, qr; qy, gn ꝛc. so entstehen 20 Triangel zum Jcosaedro.

§. 169.

Das Netz zu einem Dodecaedro zu zeichnen (Tab. VIII. Fig. 134).

Beschreibet ein regulaires Fünfeck a d b c n (§. 115), leget das Linial an a und b, und ziehet bm so groß, als eine Seite des Fünfeckes, und eben so die Linie co aus a und c, aus o und m machet mit der Weite bc Kreuzbögen in x, so könnt ihr das andere Fünfeck ausziehen. Eben auf diese Art hänget alle übrige Fünfecke an, so ist das Netz fertig.

Sechszehentes Kapitel *

von Ausrechnung der Körper.

§. 170.

Einen Körper ausrechnen heißt nichts anders, als finden, wie viel er Cubicruthen, Cubicschuhe, Cubiczolle ꝛc. in sich halte, um deswillen heißt mans auch cubiren. Die ganze Sache wird auf 4 Stücke ankommen, erstlich wie die gleich dicken, darnach die zugespitzten, ferner die Kugeln, und endlich die irregulairen Körper ausgerechnet werden.

§. 171.

Den Inhalt eines gleichdicken Körpers, das ist, Prismatis und Cylinders zu finden.

1. Rechnet die Grundfläche nach der Planimetrie aus (§. 123. u. f.): denn so viel diese Fläche Quadratruthen, Schuhe ꝛc. enthält, so viel können auch Cubicruthen, Schuhe ꝛc. darauf stehen.

2. Den Inhalt der Grundfläche multipliciret mit der Höhe: denn so vielmal sind die Schichten von Cubicruthen, Schuhen ꝛc. die auf der Grundlinie stehen können, übereinander.

Um dieses deutlicher einzusehen, betrachte man das Parallelepipedum dabc (Tab. VIII. Fig. 135), dessen Oberfläche eben so groß, als die Grundfläche, sie enthält aber viermal 10 Quadrate, folglich auch in einer Schichte 40 Cubos, und diese Schichten sind 6mal

auf einander, daher der Inhalt der Grundfläche abc (=40) mit der Höhe ad (=6) multipliciret werden muß, und giebt 240.

§. 172.

Um den vielfältigen Nutzen dieser Aufgabe einzusehen, wollen wir solche auf einige Exempel anwenden.

1. Es seye ein Keller auszugraben, der 36′ lang, 20′ breit, und 15 tief, wie viel Cubicschuhe werden müssen ausgegraben werden? Antw. 10800; denn Länge und Breite multiplicirt, giebt die Grundfläche, und diese mit der Höhe den Inhalt.

2. Es seye ein Graben durch ein Feld zu ziehen, dessen obere Breite 16′, die untere 10′, die Tiefe 6′, die Länge 32000′ (Tab. VIII. Fig. 136), wie viel Cubicschuhe sind auszugraben? Antw. 2496000. Die Grundfläche ist der Durchschnitt des Grabens abcd, da ab=16′, cd=10, und die Tiefe nm=6′. Da nun dieser Durchschnitt ein Paralleltrapezium, wird es ausgerechnet nach §. 126, und mit der Länge multiplicirt. Weiß man dann, wie viel Cubicschuhe ein Mann des Tags ausgraben, und auf eine gewisse Weite wegschaffen kann, und wie groß der Taglohn: so ist leicht zu berechnen, wie viel Taglohn zu bezahlen, und folglich, was der Graben koste.

3. Der Grundriß von einem Haus seye AD (Tab. VIII. Fig. 137), dessen Länge AB=60′, die die Breite AC=40′, die Dicke der Mauren nm=3′, die Höhe des ersten Stocks 12′, wie viel Cubicschuhe wird die Mauer im ersten Stock halten? Antw. der einen Seite Grundfläche AB wird seyn dreymal 60=

180,

180, folglich beyde AB und CD=360. Die andere Seite AC wird seyn 34mal 3=102, denn es gehen zu beyden Seiten 3′ ab, also beyde AC und BD 204, alle 4=564. Dieses mit der Höhe multiplicirt, giebt 6768′. Eben so werden die Mauern im Fundament, im Keller, im zweyten und dritten Stock berechnet, nur daß man in Acht nimmt, daß die Mauern im Fundament und Keller dicker, in den obern Stöcken aber dünner werden, und die Stockwerks Höhen nicht überall gleich. Und so hat man den Inhalt von allem Mauerwerk des ganzen Hauses. Weiß man dieses, so kann man den Mauerlohn, ingleichen, wie viel Steine, Kalk und Sand erfordert werden, berechnen, wenn man weiß, daß dem Maurer für das Cubicklafter, das ist 36 Cubicschuh bezahlt werde, im Fundament und Keller 22 Kr. im ersten Stock 26 Kr. im zweyten Stock 28 Kr. und daß auf 4 Klafter Mauerwerk ein Cubicklafter Stein, und auf 13 Klafter Mauerwerk, 1 Fuder Kalk, auf 1 Klafter Mauerwerk aber 1 Kasten oder Karch Sand erfordert werde. Es gehet zwar noch etwas wegen Thüren und Fenstern ab, aber nicht am Mauerlohn, weil solche zu setzen eben so viel Zeit erfordern als auszumauern.

4. Ein Cylinder wird auch ausgerechnet, wenn die Grundfläche mit der Höhe multiplicirt wird, da nun jene ein Cirkel ist, so muß selbiger vorher ausgerechnet werden (§. 128). Z. E. der Diameter seye 5, die Höhe 12′, so ist die Grundfläche 196250‴, mit der Höhe 1200‴, multiplicirt der Inhalt 235500000‴, oder 235′, 500″.

5. Ein Faß ist zwar kein Cylinder, kann aber doch darauf gebracht werden, wenn der Inhalt des

Bodens und des Cirkels im Bauch mit einander verglichen, das ist, addirt und halbirt werden.

6. Ein Tonnen Gewölb, es mag einen halben oder einen gedruckten Bogen haben, wird ausgerechnet, wenn der Durchschnitt bancm (Tab. VIII. Fig. 138) mit der Länge cg multiplicirt wird. Dieser Durchschnitt aber wird also gerechnet: man addiret die Dicke des Gewölbes ab, die halbe Weite des Gewölbes bd, und die Höhe dn; diese Summe multipliciret man mit der Dicke des Gewölbes ab; ferner multipliciret man dieses Product mit 157; und dividiret endlich dieses letztere Product mit 100: so hat man den Flächeninhalt von dem Durchschnitt banmc, der mit der Länge cg multipliciret, den Inhalt des Gewölbes giebt. Der Maurer aber bekommt für 36 Cubicschuhe oder ein Klafter Gewölb sammt der Einschalung 40 Kr. Arbeitslohn.

7. Nicht alle Körper werden nach dem Cubicmaas gemessen, wie z. E. das Brennholz, bey welchem die Länge der Scheiter nicht mit ins Meß gerechnet werden. Indessen läßt sich das Cubicmaas dabey gebrauchen. Z. E. es wird gefragt: welches ist mehr, zwölf Klafter, das Klafter zu $5\frac{1}{2}$ Schuh ins Gevierte $3\frac{1}{2}$ Schuh lange Scheiter; oder 10 Klafter, das Klafter zu 6 Schuh ins Gevierte 4 Schuh lange Scheiter? Antw. der Cubicinhalt vom ersten ist $1270\frac{1}{2}$ Schuh, vom andern 1440.

§. 173.

Den Inhalt eines zugespitzten Körpers, das ist, einer Pyramide und Kegels zu finden.

1. Rech-

1. Rechnet die Grundfläche nach der Planimetrie aus (§. 123: u. f.)

2. Diesen Grundflächeninhalt multipliciret mit dem dritten Theil der Höhe (§. 155).

Z. E. (Tab. I. Fig. 28) der Diameter der Grundfläche des Kegels seye 8′, die Höhe 15′; so ist die Grundfläche 5024, folglich der ganze Inhalt 251′,200″.

§. 174.

Den Inhalt einer abgekürzten Pyramide und Kegels zu finden (Tab. VIII. Fig. 139).

Verwandelt den abgekürzten Kegel in einen Cylinder, indem ihr die Oberfläche a b, und untere n m ausrechnet, und ihren Inhalt vergleichet, das ist, beyde Inhalte addiret und halbiret. Diesen verglichenen Inhalt multipliciret mit der Höhe ax, so habt ihr den verlangten Inhalt (§. 171. 172. Nro. 4). Und eben so wird die abgekürzte Pyramide in ein Prisma durch Vergleichung des Inhalts der untern und obern Fläche verwandelt.

Anderst.

1. Suchet die ganze Höhe des Kegels oder Pyramide dy, indem ihr sprecht: die Differenz des grossen nm und kleinen Diametri ab giebt die Höhe a x, was giebt der grosse Diameter nm?

2. Rechnet den Kegel nym aus, ingleichem den ayb (§. 173), und ziehet diesen von jenem ab, so habt ihr den Inhalt des abgekürzten.

Eben so verfährt man bey der Pyramide, da man die Seiten cd und op für ab und nm nimmt, und die Höhe suchet.

Die Fruchthaufen auf den Speichern stellen abgekürzte Kegel und Pyramiden vor, werden also auf diese Art berechnet.

Von den beyden angeführten Berechnungen ist die erste grundfalsch, und kann einen Fehler geben, der bis auf die Hälfte des Körpers steigt, den man berechnen will. Man hat sie mit dieser Erinnerung wollen stehen lassen, weil sie auch in viel andern Büchern unbedachtsam gelehret wird. Die andere ist richtig, gilt aber nur beym Kegel und Pyramide, deren Höhe durch den Mittelpunct der Grundfläche geht.

§. 175. **

Den Quadratinhalt einer Kugelfläche zu finden.

Multiplicirет den Diameter der Kugel mit der Peripherie, so habt ihr die Kugelfläche. Wäre etwa nur der Diameter oder die Peripherie bekannt, so suchet das andere (§. 73. 74). Z. E. der Diameter der Erde ist 1720 Meilen, und der Umkreis 5400, also hält die Fläche der Erde 9288000 Quadratmeilen.

Der Diameter einer Kugel auf einem Thurn seye 20mal so lang als die Seite eines Goldblätleins, wie viel braucht man, sie zu vergolden? Antw. 1256.

§. 176. **

Den Inhalt einer Kugel zu finden.

1. Suchet den Inhalt der Kugelfläche (§. 175).

2. Die-

2. Diesen Multipliciret mit dem sechsten Theil des Diametri (§. 158. 173)

Anderst.

1. Rechnet einen Cylinder aus (§. 171), dessen Diameter und Höhe einander gleich, und so groß, als der Diameter der Kugel.

2. Dividiret diesen Inhalt mit 3, und nehmet den Quotienten 2mal, so habt ihr den Inhalt der Kugel (§. 159).

Anderst.

Sprechet: 300 giebt 157, was giebt die Cubiczahl des Diametri der Kugel (§. 161).

Z. E. der Diameter seye =5′, da ist die Peripherie =15′7″.

Erste Art 157
50
7850 Kugelfläche.
50
6) 392500
65′416$\frac{4}{6}$ Inhalt der Kugel.

Zweyte Art 157
50
7850
4) 1962$\frac{1}{2}$
50
Inh. des Cylind. 98125

3) 98125
2) 32708$\frac{1}{3}$
65′416″$\frac{2}{3}$

Dritte Art 300 —— 157 —— 125

```
                    125
                    157
                    ---
                    875
                   625
                  125
                  -----
                  19625

300 ) 19625        300 ) 125000
         00                  00
      -------          --------
      65 125/300         416 2/3
        316 2/3
      ----------
      65',416 2/3''.
```

§. 177.

Aus dem gegebenen Inhalt der Kugel den Diametrum zu finden.

1. Sprechet: 157 giebt 300, was der gegebene Inhalt, so habt ihr den Cubum Diametri (§. 161).

2. Aus diesem Cubo ziehet die Cubicwurzel, welche der Diameter ist.

Z. E. der Inhalt seye 65416 2/3

```
157 —— 300 —— 65416 2/3
                   300
              --------
              19624800
                   200
              --------
157 )         19625000  ( 125'000''
              157
              ---
              392
              314
              ---
               785  Cubicwurzel aus 125
               785       ist 5.
              ----
                0
```

§. 178.

Einen hohlen Körper auszurechnen.

1. Rechnet den Körper samt der Höhlung aus.

2. Rechnet die Höhlung allein aus.

3. Ziehet diese von jenem ab, so habt ihr das verlangte.

Z. E. der Diameter eines hohlen Cylinders seye 8', der Diameter der Höhlung 6', die Höhe 12'; so ist

der Cylinder samt der Höhlung	=602'880''
die Höhlung allein	=339120''
der Inhalt des hohlen Cylinders	= 203,760

§. 179.**

Den Inhalt eines Kreuzgewölbes zu finden (Tab. III. Fig. *x*).

Sehet das ganze Gewölb nicht als hohl, sondern als solid an, und suchet den Inhalt von der Grundfläche ABCD nach der Planimetrie, diesen Inhalt multipliciret mit der Höhe ab, und nehmet $\frac{2}{3}$ davon. Eben so suchet auch den Inhalt der Höhle, und subtrahiret die letztere von dem ersten, so bleibt der Inhalt des Gewölbes übrig.

Z. E. AB=20', BC=30, die Höhe ab=9', die Dicke des Gewölbes $1\frac{1}{2}$', so ist die Seite der Höhlung AB=17', BC=27, und ab=$7\frac{1}{2}$', der Inhalt der Grundfläche des ganzen Gewölbes 600' mit der Höhe multiplicirt 5400', davon $\frac{2}{3}$ ist 3600'. Der Inhalt der Grundfläche von der Höhlung =459 mit der Höhe multi-

plicirt $=3442\frac{1}{2}$, davon $\frac{2}{3}$ ist 2295, dieses von jenem abgezogen, giebt den Inhalt des Gewölbes 1305 Sch.

Wäre das Gewölb ein Tonnengewölb, hätte aber an den schmalen Seiten halbe Kreuzgewölbe, so wäre der mittlere Theil so weit es Tonnengewölb ist, nach §. 172. Nro. 6. zu berechnen, und die zwey halbe Tonnengewölbe nach erstgemeldter Art.

§. 180.

Den Inhalt eines irregulairen Körpers zu finden (Tab. VIII. Fig. 140).

1. Leget den Körper in ein hohles Parallelepipedum, und übergiesset ihn mit Wasser oder überschüttet ihn mit Sand, und merket die Höhe des Wassers, oder wohlgeebneten Sandes ca.

2. Nehmet den Körper wieder heraus, und merket abermal die Höhe des Wassers oder Sandes, nachdem er wieder geebnet worden, bc, so wisset ihr ab.

3. Weil nun der Körper dem Parallelepipedo abef gleich ist, so rechnet solches nur aus.

Ist der Körper unbeweglich, z. E. eine Statue, so richtet um denselben von Brettern ein Parallelepipedum auf, füllet es mit Sand, und verfahret, wie vorhin.

Sieben-

Siebenzehentes Kapitel **
von denen Visirstäben.

§. 181.

Ein Visirstab ist ein Maasstab die Körper auszumessen, womit man aber nicht Schuhe und Zolle ꝛc. findet, sondern Weinmaas, Fruchtmaas und Gewicht. Das Hauptwerk wird darauf ankommen, daß man eine Maas, ein Simri oder Sester, ein Pfund Eisen, Stein ꝛc. in einen Cubum verwandelt, unn dessen Seite statt des Schuhes zum Maasstab nimmt; denn findet man hernach, wie viel dergleichen Cubi in einem Körper enthalten, nach Anleitung des vorhergehenden Kapitels, so weiß man, wie viel er Maas, Simri, Pfund ꝛc. halte. Bey dem Weinmaas wird man wegen der Figur der Fässer noch besondere Visirstäbe machen können, die man Cylindrische und Kreuzvisirstäbe nennet, und bey dem Gewicht der Stückkugeln auch besondere, die man Caliberstäbe nennet.

§. 182.

Eine Maas Wein oder Wasser in einen Cubum zu verwandeln (Tab. VIII. Fig. 140).

Lasset euch von dem Schreiner aus feingehobelten Brettern ein Parallelepipedum zusammenschlagen, welches sonderlich inwendig auf das genaueste gemacht seye, auch wenigstens etliche Maaß halte; und, wenn die Fugen etwa das Wasser nicht hielten, so giesset sie ganz dünn mit Pech aus.

In

In dieses Parallelepipedum, wenn es vorher mit der Bleywage recht horizontal gestellt worden, giesset etwa 6 bis 10 Maas Wasser genau gemessen, messet die Höhe des Wassers samt der Länge und Breite desselben nach einem beliebigen Maasstab, und rechnet daraus dessen Inhalt (§. 171). Diesen Inhalt dividiret mit der Anzahl der Maasse, die ihr hineingegossen, so habt ihr den Inhalt von einer Maas. Aus dem Inhalt einer Maas ziehet die Cubicwurzel, so habt ihr die Seite eines Cubi, der eine Maas hält, die ihr auf dem Maasstab, womit ihr gemessen habt, nehmen könnet.

Es wäre zwar an einer Maas Wasser, die eingegossen würde, genug, allein, je mehr Maas man nimmt, je weniger fehlt man.

Z. E. die innere Länge des Parallelepipedi seye nach dem verjüngten Maasstab 9°3′4″, die Breite 5°6′, die Höhe des Wassers 4°2′5″, und seyen 6 Maas hineingegossen worden.

$$\begin{array}{r} 934 \\ 560 \\ \hline 56040 \\ 4670 \\ \hline 523040 \\ 425 \\ \hline 2615200 \\ 104608 \\ 209216 \\ \hline 222292000000 \\ 6)\overline{} \\ 37048666''666''' \end{array}$$

Hieraus die Wurzel 3°3′3″4‴.

Wenn

Wenn auf diese Art die Durlacher Maas in einen Cubum verwandelt wird, so betragt dieses Cubi Seite 413 Theile von dem in 1000 Theil getheilten unterländischen Landschuh, oder von dem in 1000 getheilten Rheinländischen Schuh $368\frac{1}{2}$ Theile.

§. 183.

Wenn die Grösse der Seite eines Cubi von einer Maas bekannt ist, die Seite des Cubi zu finden von einer Maas in einem andern Ort, wenn die Verhältniß beyder Maasse gegeben ist.

Es ist z. E. bekannt, daß 7 Durlacher Maas 8 Rötteler Maas machen, folglich verhält sich die Grösse der Durlacher Maas zur Grösse der Rötteler Maas, wie 8 zu 7. Die Seite des Cubi von der Durlacher Maas ist 413 von dem in 1000 getheilten Landschuh. Machet also aus 413 die Cubiczahl 70444997, und sprechet: 8 giebt 7. Was 70444997? giebt 61639372, aus diesem ziehet die Cubicwurzel, die ist 395, diese ist die Seite eines Cubi von der Rötteler Maas nach dem in 1000 getheilten Landschuh.

Auf diese Art ist die Seite des Cubi nach dem in 1000 getheilten Unterländischen Landschuh:

Durlacher Maas	413
Hochberger Maas	$415\frac{4}{5}$
Endinger Maas	$412\frac{2}{5}$
Ettenheimer Maas	$429\frac{1}{5}$
Badenweiler Maas	$425\frac{1}{2}$
Rötteler Maas	395
Speyrer Maas	$401\frac{1}{5}$
Strasburger Maas	$463\frac{4}{5}$
Würtemberger Maas	$438\frac{4}{5}$

Dieses ist aus denen Nachrichten in dem Unterricht zum Rechnen §. 115. ausgerechnet worden.

§. 184.

Einen cubischen Visirstab zum flüßigen z. E. Weinmaas zu verfertigen.

Nachdem ihr eine Maas in einen Cubum verwandelt (§. 182); so traget die Seite desselben (z. E. in Durlacher Eich 413) auf einen Zoll breit und ½ Zoll dicken Stab, so vielmal es angehet, der Stab aber ist von beliebiger Länge. Eine solche Seite des Cubi sehet an, als wie beym Decimalmaas, eine Ruthe, zeichnet sie auch mit 0, diese Cubicseite theilet in 10 Theile, und sehet sie als Schuhe an, und zeichnet sie mit 1, diesen Zehntel theilet wieder in 10 u. s. w. bis euch die Theile klein genug dünken, so ist sie fertig.

§. 185.

Der Gebrauch dieses Stabes wird leicht seyn, wenn man das 16te Kapitel von Ausrechnung der Körper wohl gefaßt, wie folgende Exempel zeigen.

1. Wie viel ein Brunnenkasten halte, wird gefunden, wenn dessen Grundfläche nach diesem Visirstab ausgerechnet, und mit der Höhe multiplicirt wird (§. 171).

2. Einer runden Bütten oder Bocken Inhalt wird gefunden, wenn sowohl aus dessen kleineren als grösseren Diametro der Inhalt des Cirkels gerechnet (§. 128), und der grössere und kleinere Cirkelinhalt addiret und halbiret, diese Hälfte aber mit der Höhe multipliciret, und also die Bütte als ein abgekürzter Kegel in einen Cylinder verwandelt wird (§. 174). Eben so kann auch die andere Art den abgekürzten Kegel auszurechnen (§. 174) gebraucht werden.

3. Ein

3. Ein Faß kann eben auch durch Vergleichung des Inhalts von dem Boden und von dem Bauch in einen Cylinder verwandelt werden, da nur der verglichene Cirkelinhalt mit der Länge des Fasses multipliciret werden darf (§. 171).

4. Ein Faß kann eben auch als zwey abgekürzte Kegel angesehen, und nach §. 174 ausgerechnet werden.

5. Ein Ovalfaß oder Ovalbütte wird eben so gerechnet, als wie die Runde, da man den grossen Diametrum mißt. Nachdem man aber den Inhalt gefunden, muß man noch nach der Regel de Tri sprechen: der grosse Diameter giebt den gefundenen Inhalt, was giebt der kleinere (§. 132)? Es wird übrigens hiebey ein jeder einsehen, daß nicht nur die Zargen in die Länge des Fasses nicht mitgemessen werden dörfen, sondern daß auch noch die Dicke der Böden abzuziehen seyen.

Die Rechnung eines Ovalfasses ist wohl die weitläuftigste, wir wollen solche vorstellen, woraus die andern leicht zu beurtheilen. Der grosse Diameter des Bodens seye nach dem Visirstab 8°4′5″, der kleinere 7°2′4″, der grosse Diameter im Bauch 10°1′2″, die Länge des Fasses 18°4′5″.

Der Flächeninhalt, wenn er nach §. 128 gerechnet wird, würde also seyn.

Im Bauch	80395304″
Im Boden	$56050962\frac{1}{2}$
verglichener	$136446266\frac{1}{2}$
Inhalt	$68223133\frac{1}{4}$

Aus-

Aus diesem muß nach §. 132 der ablange Inhalt gefunden werden.

845 giebt 6822313 3¼, was giebt 724?
giebt 58°09′85″59‴
multiplicirt mit der Länge 18450

giebt 1071°917′675″550‴

das ist beynahe 1072 Maas.

6. Wenn man ein Faß von einem bestimmten Inhalt, z. E. gerad eine Ohm zu 72 Maas haben will, kann man den Diametrum des Bodens und des Bauchs samt der Länge der Taugen ohne die Zargen durch diesen Maasstab finden. Weilen aber das Faß desto länger wird, je kleiner der Diameter: so muß man entweder den Diametrum des Bodens und Bauchs nach Belieben annehmen, und daraus die Länge der Taugen finden, oder diese Länge samt einem Diametro annehmen, und den andern finden.

Z. E. Es soll ein Faß ein Ohm halten, der Diameter des Bodens nach dem Maasstab werde angenommen 3½ Maas, das ist 3°5′, der Diameter des Bauchs 4°, so ist des Bodens Inhalt 9°61′62″50‴ des Cirkels im Bauch 12°, 56, folglich der mittlere 11°08′81″25‴, dieses in 72 Maas, oder in 72°000′000″000‴ dividirt, giebt 6°4′9″3‴ die Länge der Taugen ohne die Zargen.

§. 186.

Einen Cylindrischen Visirstab für die Fässer zu verfertigen (Tab. V. Fig. 102. a).

1. Lasset euch von dem Blechner einen vollkommenen Cylinder machen, darein eine Maas gehet, und giesset eine Maas Wasser darein.

2. Messet

2. Messet die Höhe des Wassers, und traget sie auf die eine Seite des Stabes so vielmal, als es angehet, und schreibet dazu 1. 2. 3 2c.

3. Befestiget auf eine Weile, bis der Stab fertig, an dem Stab BE ein Querholz AB rechtwinkicht, und traget den Diametrum des Bodens aus B in 1, und aus B in A, so giebt die Hypotenuse A1 den Diametrum eines zweymäßigen Cylinders von gleicher Höhe mit dem ersten.

4. Traget die Linie A1 aus B in 2, und nehmet die Hypotenuse A2, und traget sie aus B in 3, so habt ihr den Diametrum des dreymäßigen Cylinders, und wieder A3 aus B in 4, und fahret fort, daß ihr die Diametros der 2, 3, 4, 5, 2c.- mäßigen Cylinder bekommet, bis zu Ende des Stabes, und thut endlich das Querholz wieder hinweg, so ist der Visirstab fertig.

Denn da die Böden der Cylinder Cirkel sind, die Cirkel sich aber verhalten, wie die Quadrate der Diametrorum (§. 102. Nro. 2), und das Quadrat der Seite A1 so groß ist, als das Quadrat von AB und B1, das ist doppelt so groß, als B1 (§. 105): so muß auch A1 oder B2 der Diameter von einem doppelt so grossen Cylinder seyn, weil die Cylinder von gleicher Höhe sich verhalten, wie ihre Grundflächen (§. 156), und so in dem übrigen.

Anderst.

1. Nachdem ihr den Inhalt einer Maas gefunden (§. 182). Z. E. 37048666666‴, so verwandelt solchen in einen Cylinder, davon ihr entweder die Höhe, oder den Diametrum der Grundfläche nach Belieben

annehmen könnet. Z. E. ihr nehmet die Höhe an 3° nach dem erst gebrauchten Maasstab, so findet ihr die Grundfläche, wenn ihr die Höhe in den Inhalt dividiret

3000‴) 37048666666
000

$12349555\frac{222}{1000}$

2. Der Inhalt der Grundfläche ist ein Cirkel, dessen Diameter ihr finden müsset (§. 129).

785 —— 1000 —— $12349555\frac{222}{1000}$ giebt 15731917

Aus diesem Quadrat des Diametri suchet die Quadratwurzel 3966‴, welches der Diameter der Grundfläche, den ihr von dem erst angenommenen Maasstab nehmen könnet.

3. Diesen Diametrum traget auf das Papier, und theilet ihn in 1000 Theile (§. 87).

4. Weil sich nun die Cirkel wie die Quadrate ihrer Diametrorum verhalten (§. 102. Nro. 2), so machet aus 1000 die Quadratzahl, so 1000000 ist, und nehmet solches doppelt, dreyfach, vierfach 2c. nämlich 2000000, 3000000, 4000000 2c. und ziehet die Quadratwurzeln daraus, so habt ihr die Diametros der einmäßigen, zweymäßigen, dreymäßigen, viermäßigen 2c. Cylinder.

5. Diese gefundene Zahlen traget nach dem in 1000 getheilten Diametro der Grundfläche auf die eine Seite des Visirstabs, und auf die andere Seite die Nro. 1 angenommene Höhe, so vielmal als angehet, so ist er fertig.

§. 187.

§. 187.

Das Wurzelausziehen ist eine sehr mühsame Arbeit, um deswillen wollen wir in folgender Tabelle die Wurzeln von dem zweyfachen, dreyfachen ꝛc. bis 120fachen Quadrat von 1000 angeben, aus welcher die Diametri eines ein- zwey- dreymäßigen Cylinders auf den cylindrischen Visirstab getragen werden können.

M.	Q.W.	M.	Q.W.	M.	Q.W.	M.	Q.W.
1	1000	31	5568	61	7810	91	9540
2	1414	32	5657	62	7874	92	9592
3	1732	33	5745	63	7937	93	9644
4	2000	34	5831	64	8000	94	9696
5	2236	35	5916	65	8062	95	9747
6	2450	36	6000	66	8124	96	9798
7	2646	37	6082	67	8185	97	9848
8	2828	38	6164	68	8246	98	9899
9	3000	39	6245	69	8307	99	9950
10	3163	40	6324	70	8367	100	10000
11	3316	41	6403	71	8426	101	10050
12	3464	42	6480	72	8485	102	10100
13	3606	43	6557	73	8544	103	10149
14	3742	44	6633	74	8602	104	10198
15	3873	45	6708	75	8660	105	10247
16	4000	46	6783	76	8718	106	10296
17	4123	47	6855	77	8775	107	10344
18	4243	48	6928	78	8832	108	10392
19	4359	49	7000	79	8888	109	10440
20	4473	50	7071	80	8944	110	10488

21	4583	51	7142	81	9000	111	10536
22	4691	52	7211	82	9055	112	10583
23	4796	53	7280	83	9110	113	10630
24	4899	54	7348	84	9165	114	10677
25	5000	55	7416	85	9220	115	10724
26	5100	56	7483	86	9274	116	10770
27	5197	57	7550	87	9327	117	10817
28	5291	58	7616	88	9381	118	10863
29	5385	59	7681	89	9434	119	10908
30	5377	60	7746	90	9487	126	10955

Man setzt aber den einfachen Diametrum zuerst auf den Stab, und schreibt 1 dazu, schlägt ihn um, so trifft er auf 4, und wieder um auf 9, und nochmal auf 16 ꝛc. die zwischen diese fallende z. E. zwischen 1 und 4 werden nur also aufgetragen, daß man zu 1 nur 414 trägt, so hat man zu 2, ferner zu 1, 732, so hat man 3, u. s. w. zwischen 4 und 9 ꝛc.

§. 188.

Mit dem cylindrischen Visirstab ein Faß zu visiren.

1. Messet mit der Seite des Visirstabes, darauf die Diametri des Bodens sind, den Diametrum des Bodens und den Diametrum des Bauchs, und vergleichet sie gegeneinander, das ist, addiret sie und halbiret sie.

2. Messet mit der andern Seite, darauf die Höhen stehen, die Länge des Fasses ohne die Zargen und Böden.

3. Mul-

3. Multipliciret beydes in einander, so habt ihr den Inhalt.

Z. E. der Bauch habe 79, der Boden 65, die Länge 97.

```
      79
      65
     ---
     144
  2)----
      72
      97
     ---
     504
    648
  ------
    6984 Maasse, die das Faß hält.
```

§. 189.

Einen Kreuzvisirstab zu machen (Tab. VIII. Fig. 141).

Ein Kreuzvisirstab ist derjenige, den man zum Spundloch bis an den einen Boden von a bis b stecket, und darauf gezeichnet ist, wie viel ein Faß halte, ohne daß man rechnen dörfte. Insgemein ist ein Faß nochmal so lang, als die mittlere Dicke cd, daher ist das halbe Faß als ein Cylinder anzusehen, dessen Höhe so groß ist, als der Diameter, und wenn das Faß eine Maas hält, so hält das halbe Faß eine halbe Maas, um deswillen wird auf dem Kreuzvisirstab die Grösse eines Kreuzdiameters von einem Cylinder getragen, der 1 halbe Maas, 2 halbe Maas, 3 halbe Maas etc. hält, so wird alsdenn das Faß 1. 2. 3 etc. Maas halten. Aus

diesem wird sich nun die Verfertigung des Stabes leicht begreifen lassen.

1. Rechnet nach der Anweisung §. 182 den Inhalt einer halben Maas aus, indem ihr Wasser in ein Parallelepipedum giesset nach dortigem Exempel 18524333333‴.

2. Dieses sehet an als einen Cylinder von gleicher Höhe und Dicke (Tab. VIII. Fig. 148), und suchet seinen Diametrum, indem ihr sprechet: 785 giebt 1000, was giebt der N. 1 gefundene Inhalt? Antwort: giebt 23597876857, und ziehet daraus die Cubicwurzel 2868, welches der Diameter ab, oder Höhe ac (§. 162).

3. Machet hieraus die Quadratzahl 8225424, und nehmet sie doppelt, so habt ihr die Quadratzahl von cb (§. 105), und ziehet daraus die Quadratwurzel, so bekommt ihr die Grösse des Kreuzdiameters cb, nämlich 4055.

4. Traget diesen gefundenen Kreuzdiameter aufs Papier, und theilet ihn in 1000 Theile (§. 87).

5. Weil sich nun ähnliche Körper zu einander verhalten, wie die Cubi derer ähnlich an ihnen gezogenen Linien (§. 157), so machet aus denen 1000 Theilen die Cubiczahl 1000000000, und nehmet sie doppelt dreyfach rc. nämlich 2000000000, 3000000000 rc. und ziehet die Cubicwurzeln daraus, so habt ihr die Kreuzdiameter von einem halbmäßigen, 2 halbmäßigen, 3 halbmäßigen rc. Cylinder, welche ihr hernach auf den Visirstab tragen könnet, wodurch ihr den Inhalt des

Fasses

Fusses in ganzen Maassen findet, weil das Faß als zwey solcher Cylinder anzusehen ist.

§. 190.

Um die Verfertigung zu erleichtern, wollen wir noch folgendes beyfügen.

1. Die Grösse eines Kreuzdiameters von einer Durlacher halb Maas ist von dem in 1000 Theil getheilten Unterländer Landschuh 502. Man kann also gleich diese Grösse aufs Papier tragen, und in 1000 theilen. Und da die Verhältniß der Seiten derer Cuborum anderer Maassen §. 182 angegeben, darf man nur nach dortiger Verhältniß rechnen, so findet man die Kreuzdiameters auch von andern Maassen.

2. Der Unterschied der Maasse wird auf dem Visirstab immer kleiner, je grösser das Faß ist, und zuletzt fast unmerklich, daher werden die Maasse nur bis auf ein Ohm, Saum oder Eymer aufgetragen, hernach nur von Viertel zu Viertel bis auf ein Fuder, und weiter hin nur von Ohm zu Ohm, und da die Ausziehung der Cubicwurzel eine höchstverdrüßliche Arbeit, so theilen wir hiemit die allbereits ausgezogene Wurzeln in folgender Tabelle mit, nur aber bis 160 Maas, was weiter hinaufgehet, sind nur für die Zahlen, die die Viertel in allem in unseren Gegenden übliche Weinmaas anzeigen, die Wurzeln angegeben.

M.	C.W.	M.	C.W.	M.	C.W.	M.	C.W.
1	1000	31	3142	61	3937	91	4498
2	1260	32	3175	62	3958	92	4515
0	1443	33	3208	63	3979	93	4531
4	1588	34	3240	64	4000	94	4547
5	1710	35	3271	65	4021	95	4563
6	1817	36	3302	66	4041	96	4579
7	1913	37	3332	67	4061	97	4595
8	2000	38	3362	68	4081	98	4611
9	2081	39	3391	69	4101	99	4627
10	2155	40	3420	70	4121	100	4642
11	2223	41	3448	71	4141	101	4657
12	2290	42	3476	72	4161	102	4672
13	2351	43	3503	73	4180	103	4687
14	2410	44	3530	74	4198	104	4702
15	2466	45	3557	75	4217	105	4717
16	2520	46	3583	76	4236	106	4732
17	2571	47	3609	77	4255	107	4747
18	2621	48	3634	78	4273	108	4762
19	2669	49	3659	79	4291	109	4777
20	2715	50	3684	80	4309	110	4792
21	2759	51	3708	81	4327	111	4806
22	2802	52	3732	82	4344	112	4820
23	2843	53	3756	83	4363	113	4834
24	2884	54	3780	84	4380	114	4848
25	2924	55	3803	85	4397	115	4862
26	2962	56	3826	86	4414	116	4877
27	3000	57	3849	87	4431	117	4891
28	3037	58	3871	88	4448	118	4904
29	3073	59	3893	89	4465	119	4918
30	3108	60	3915	90	4482	120	4932

121	4946	154	5360	240	6215	340	6979
122	4960	155	5371	244	6249	342	6993
123	4974	156	5383	246	6266	344	7007
124	4987	157	5395	248	6283	348	7034
125	5000	158	5407	252	6316	352	7061
126	5013	159	5418	256	6349	354	7074
127	5026	160	5429	258	6366	356	7087
128	5939	162	5451	260	6382	360	7114
129	5052	164	5473	264	6415	364	7140
130	5065	168	5517	268	6447	366	7153
131	5078	172	5561	270	6463	368	7166
132	5091	174	5582	272	6479	372	7192
133	5104	176	5604	276	6511	376	7218
134	5117	180	5646	280	6542	378	7230
135	5130	184	5687	282	6557	380	7243
136	5143	186	5708	284	6573	384	7268
137	5156	188	5728	288	6604	388	7294
138	5168	192	5768	292	6634	390	7306
139	5180	196	5808	294	6649	392	7318
140	5193	198	5828	296	6664	396	7343
141	5205	200	5848	300	6694	400	7368
142	5217	204	5886	304	6724	402	7380
143	5229	208	5925	306	6738	404	7392
144	5241	210	5944	308	6753	408	7417
145	5253	212	5962	312	6782	412	7441
146	5265	216	6000	316	6811	414	7453
147	5277	220	6036	318	6825	416	7465
148	5289	222	6055	320	6840	420	7489
149	5301	224	6073	324	6868	424	7512
150	5313	228	6109	328	6896	426	7524
151	5325	232	6145	330	6910	428	7536
152	5337	234	6163	332	6924	432	7559
153	5348	236	6180	336	6952	436	7583

438	7594	488	7873	540	8143	592	8397
440	7606	492	7894	544	8163	594	8406
444	7629	496	7916	546	8173	596	8416
448	7652	498	7926	548	8183	600	8434
450	7663	500	7937	552	8203	604	8453
452	7674	504	7958	556	8223	606	8462
456	7697	508	7979	558	8233	608	8472
460	7720	510	7989	560	8243	612	8490
462	7731	512	8000	564	8262	616	8509
464	7742	516	8021	568	8282	618	8518
468	7764	520	8041	570	8291	620	8527
472	7786	522	8052	572	8301	624	8545
474	7797	524	8062	576	8320	628	8563
476	7808	528	8082	580	8340	630	8573
480	7830	532	8103	582	8349	632	8582
484	7851	534	8113	584	8359	636	8600
486	7862	536	8123	588	8378	640	8618

§. 191.

Ein Ovalfaß mit dem Kreuzvisirstab zu visiren.

Visiret es wie ein rundes, hernach aber messet an dem Boden sowohl den grossen als kleinen Diameter, nach einem in kleine Theile getheilten beliebigen Maasstab, und sprechet: der grosse Diameter giebt, was durch den Visirstab gefunden worden; was giebt der kleine? so habt ihr den Inhalt.

§. 192.

Ein Faß zu visiren mit einem jeden Maasstab, wenn er nur in gleiche Theile getheilet ist.

Der

Der Maasstab seye zum Exempel in die gemeine Schuhe getheilt, der Schuh in 12 Zoll, und der Zoll in 12 Linien. Nehmet ein accurat geeichtes oder gesinntes Faß, und stecket diesen Maasstab durchs Spundloch bis unten an den einen Boden, und merket, wie viel Schuhe, Zolle ꝛc. es habe. In ein ander Faß, das ihr visiren wollet, stecket den Maasstab eben so, und merket auch die Schuhe, Zolle ꝛc. Sprechet hernach, die Cubiczahl der Schuhe und Zolle bey dem bekannten Faß geben seinen bekannten Inhalt, was giebt die Cubiczahl der Schuhe und Zolle bey dem Faß, das ihr visiren wollet. Z. E. das bekannte Faß halte 3 Ohm 2 Viertel (12 Viertel auf die Ohm gerechnet) solches zeige am Maasstab 2′,11″. Das andere zeige 4′2″.

35′——38 Viertel——50′

die Cubiczahl von 35 ist 42875; von 50, 125000

42875——38——125000

```
                    38
                 -------
                 1000000
                 375
                 -------
    42875 ) 4750000 ( 110 270/343 V.
            42875
            -------
             46250
             42875
            -------
             33750 ꝛc.
```

§. 193.

§. 193.

Zu finden, wie viel Wein in einem Faß seye, das nicht voll ist.

Hiezu kann man sich folgenden Visirstab bereiten.

1. Nehmet ein Faß von ohngefähr 1 bis 2 Ohm, leget es horizontal, und giesset eine Maas nach der andern hinein.

2. Messet mit einem Stab, den ihr durch das Spundloch gerad hinabstecket, die Höhe von 1. 2. 4 ꝛc. Maas, bis das Faß voll ist, z. E. 96 Maas, und zeichnet die Höhen darauf, welches ungleiche Theile giebt.

3. Die Dicke des ganzen Fasses, das ist, die ganze Länge des Stabes, so weit die Maashöhen gezeichnet sind, theilet auf der andern Seite des Stabs in kleine, aber gleiche Theile, z. E. in 100, und diese Theile traget auf dem Stab fort bis zu Ende; so ist der Stab fertig.

4. Will man nun mit diesem Stabe finden, wie viel Wein noch in einem Faß seye, so muß man vor allen Dingen wissen, wie viel es halte. Darnach steckt man den Stab gerade zum Spundloch hinein, und bemerkt, wie viel der Wein von den gleichen Theilen genetzt habe, und wie dick das Faß seye nach eben diesen gleichen Theilen. Z. E. der Wein seye hoch 80 Theile, das Faß aber 180. Hierauf spricht man: die Dicke des Fasses (=180) giebt die Höhe des Weins (=80), was geben die gleiche Theile, die mit den

Maas-

Maashöhen übereinkommen (=100. Nro. 3)? giebt $44\frac{4}{9}$, diese gefundene Theile ($44\frac{4}{9}$) nimmt man mit dem Cirkel, und trägt sie auf die ungleichen Theile oder Maashöhen, und siehet, wie viel sie Maas zeigen; z. E. sie zeigen etwa 40 Maas, da man dann endlich spricht: alle Maashöhen (=96. N. 2) geben die gezeigte Maasse (=40), was giebt der Inhalt des ganzen Fasses? der z. E. seye 130 Maas, giebt $54\frac{1}{6}$ Maas.

§. 194.

Einen Visirstab zum Getreide zu verfertigen.

1. Verwandelt ein Sester oder Simri in einen Cubum, vollkommen, wie ein Maas in einen Cubum zu verwandeln §. 182 gelehret worden. Wobey nur zu merken, daß es nicht sicher genug, wenn man das Simri mit Saamen oder Getreide füllet, und in das Parallelepipedum schüttet, weil es sich zusammenrollen läßt, sondern daß es besser seye, man nehme dafür Wasser, und wenn das Simri kein Wasser hielte, dörfen dessen Fugen nur mit Pech ausgegossen werden.

2. Die gefundene Seite des Cubi traget auf einen Stab so vielmal es angehet, und sehet sie als Ruthen an, bezeichnet sie auch im Schreiben mit 0, theilet sie weiter in 10 2c. (§. 184), so ist der Visirstab fertig.

Wollet ihr nun einen Fruchthaufen auf einem Speicher messen, so lasset ihn nur von gleicher Höhe machen; ist er sodann mit Brettern eingefasset, so rechnet ihn aus als ein Prisma nach §. 171; liegt er aber frey, als eine abgekürzte Pyramide nach §. 174. Eben so kann auch das Mehl in einem Mehlkasten ausgerechnet werden.

§. 195.

§. 195.

Einen Visirstab, das Gewicht der Körper zu finden, zu bereiten.

1. Lasset euch von Eisen, Bley, Stein ꝛc. zu was für einer Art Körper ihr einen Visirstab wollet ein accurates Parallelepipedum machen, wäget solches, und rechnet auch nach einem beliebigen Maasstab dessen Inhalt aus.

2. Sprechet: das Gewicht, so ihr durch Wägen Nro. 1. gefunden, giebt den Inhalt was giebt 1 Pfund? so findet ihr den Inhalt eines Pfundes.

3. Aus diesem ziehet die Cubicwurzel, so habt ihr die Seite eines Cubi, der ein Pfund wiegt, den ihr, wie §. 193 auf einen Stab tragen, und eben so brauchen könnet.

§. 196.

Einen Caliberstab für die Stückkugeln zu verferrigen.

1. Nachdem ihr den Inhalt eines Pfund Eisens (§. 195. Nro. 1. 2) gefunden, so sehet diesen Inhalt als eine Kugel an, und suchet ihren Diametrum (§ 177).

2. Diesen Diametrum traget auf das Papier, theilet ihn in 1000 Theile, und weil sich die Kugeln, wie die Cubi ihrer Diametrorum verhalten, so machet aus 1000 den Cubum 1000000000, nehmet ihn doppelt, dreyfach ꝛc. 2000000000, 3000000000 ꝛc. und ziehet die Cubicwurzel daraus, so habt ihr die Diame-

tros

tros von 2, 3, 4 ꝛc.-pfündigen Kugel, die ihr nur auf den Caliberstabe tragen därft.

Die Tabelle 190 hat diese Cubicwurzeln schon, die ihr nur daher nehmen könnet.

Eine leichtere Art den Diameter von einer Kugel die ein Pfund wiegt, zu finden, ist folgende: Man nehme eine Kugel, die recht rund ist, messe ihren Diameter genau, und wäge sie auch genau. Alsdenn sage man: wie das Gewicht dieser Kugel zu einem Pfunde, so der Cubus ihres Durchmessers zu einer vierten Zahl; diese vierte Zahl wird der Cubus des Durchmessers der einpfündigen Kugel seyn: man ziehe also aus dieser vierten Zahl die Cubicwurzel, so hat man den Durchmesser der einpfündigen Kugel, in eben dem Maasse, in dem man den Durchmesser der gegebenen Kugel gemessen hatte, und kann ihn also vom Maasstabe abnehmen, und in 1000 Theile theilen.

Achtzehentes Kapitel **

vom Wasserwägen.

§. 197.

Um wie viel ein Ort auf dem Erdboden höher ist, als ein anderer oder dem Mittelpunct der Erden näher ist, als eine andere, wird der Fall genannt, daß man z. E. sagt: Straßburg hat gegen Basel 10, 20 rc. Schuh Fall, das ist, liegt um so viel niedriger. Suchet man nun den Fall des einen Orts gegen den andern, so nennt man es Wasser wägen. Wobey es nur auf zwey Stücke ankommt: einmal auf ein Instrument, welches Wasserwaag genennet wird, und vollkommen eben oder horizontal stehet, wodurch man finden kann, um wie viel ein Ort über oder unter der Horizontallinie des andern liegt; und auf die Art und Weise, wie man sich dieses Instruments bedienen solle, den Fall zu finden. Man hat sehr viele Arten von Wasserwaagen erfunden, da immer eine accurater ist, als die andere, und immer eine kostbarer, als die andere. Wir wollen eine ganz simple, und die nicht viel kostet, beschreiben; die aber in der Richtigkeit keiner etwas nachgiebet, und sodann zeigen, wie sie zu gebrauchen.

§. 198.

Eine Wasserwaag zu machen (Tab. VIII. Fig. 142).

1. Lasset einen etwa ins Gevierte drey Zoll dicken, und fünf, sechs bis zehen Schuhe langen tannenen Rahm=

Rahmschenkel AB, der nicht sehr ästig ist, fein abhobeln, und auf dessen eine Seite von dem Schreiner in der Mitte, der ganzen Länge nach, eine ohngefähr Zoll tiefe Kerbe cd machen, die aber an beyden Enden wieder vermacht seyn muß, daß wenn Wasser darein gegossen wird, solches darinnen stehen bleibe.

2. An beyde Ende dieses Rahmschenkels befestiget Diopteren C und D (Tab. VIII. Fig. 142) dergestalt, daß jede eine Löchlein habe, und darneben eine grössere Eröffnung, durch welche Pferdhaare kreuzweis gezogen werden. Wobey als das hauptsächlichste in Acht zu nehmen, daß die Löchlein und Kreuze auf beyden Seiten auf das genaueste gleiche Höhe über dem Rahmschenkel haben, und Kreuze und Löchlein gegeneinander überstehen.

3. Um diese Waage zu stellen, werden zwey Böcke erfordert (Tab. VIII. Fig. 143 und 144). Beyde sind aus der Figur zu erkennen. Der Einschnitt in dem ersten ist so groß, daß der Rahmschenkel darein passe. Der zweyte hat anstatt des Einschnitts zwey aufrechte, 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll dicke, viereckigte Stäbe n und m, die so weit voneinander, als die Dicke des Rahmschenkels, und zwischen welchen das Querholz op durch die Schraube erhöhet und erniedriget werden kann, damit der Rahmschenkel, wenn er auf beyden Böcken liegt, so lang auf- und abgeschraubet werden könne, bis das in die Kerbe gegossene Wasser überall gleich stehe. Die Höhe dieser Böcke ist etwa drey bis vier Schuhe, und die Füsse können mit Eisen beschlagen werden.

4. Hierzu ist noch ein halb Schuh grosses viereckigtes Brettlein AB (Tab. VIII. Fig. 145) nöthig,

an welchem hinten eine Hülse befestiget ist, dadurch es an einem Stabe auf- und niedergeschoben, und mit einer Stellschraube festgeschraubet werden kann. Auf der vordern Seite ist das Brettlein weiß angestrichen, und ein schwarzes Kreuz darauf gezeichnet; dergleichen Brettlein aber muß man wenigstens zwey haben.

§. 199.

Zwey Oerter gegeneinander abwägen (Tab. VIII. Fig. 146).

1. Sind beyde Oerter nicht weit von einander, daß man von einem zu dem andern wohl sehen kann: so setzet die Wasserwaag ohngefähr in die Mitte in C, giesset Wasser in die Kerbe, und schraubet so lang auf- oder ab, bis das Wasser überall gleich stehe. Es ist gut, wenn die Kerbe mit Fett bestrichen, und mit Streupulver oder Wolfstappenpulver bestreuet wird, damit man das Gleichstehen des Wassers bemerken könne. Stecket die Stäbe mit den Brettlein auf das genaueste senkrecht in A und B, und visiret nach beyden; euren Gehülfen aber lasset die Brettlein auf- oder abschieben, bis ihr durch die Diopteren erblicket, daß das darauf gezeichnete schwarze Kreuz gerad auf das Kreuz in den Diopteren stehe, so stehet n und m in einer Horizontallinie. Messet endlich die Höhe n A und m B, und ziehet beyde von einander ab, so wisset ihr, wie viel der Ort A niedriger liege, als B.

2. Liegen aber die Oerter weit von einander (Tab. VIII. Fig. 147), und der Boden ist darzwischen bald hoch, bald tief; so muß der Fall stückweis gefunden werden. Nämlich erstlich A und B, darnach

B und C ꝛc. Am schicklichsten verfährt man also: man macht sich in seiner Schreibtafel ein Täfelein mit Titeln folgendergestalt:

	Erhöhung			Erniedrigung		
A	5′	6″	2‴	—′	—″	—‴
B		2	1	—	—	—
C	—	—		1	1	3.
D	1	5	8	—	—	—
E	—	—	—	4	3	4

7	4	1
4	3	4
3	0	7

Wenn nämlich die Brettlein A und B richtig gestellt worden, so messet die Höhe Ab, und weil der Punct b über A erhoben ist, so traget diese Höhe unter den Titel Erhöhung, z. E. es seye gewesen 5′6′ 2″, unter den Titel Erniedrigung aber nichts; zeichnet aber an dem Stab B, wie hoch das Brettlein gestanden. Den Stab B lasset unbeweglich stehen, und ziehet nur das Brettlein oben heraus, und wendet es gegen C, daß ihr das Kreuz durch die Dioptern sehen könnet. Wenn denn beyde Brettlein B und C wieder richtig gestellet worden, so merket nur, um wie viel das Brettlein an dem Stabe B höher stehe, als es vorhin gestanden, und traget solches wieder unter den Titel der Erhöhung, z. E. 2″1‴. Eben so verfahret zwischen C und D, weilen aber das Brettlein an dem Stab C heruntergeschoben werden mußte, so traget solches unter den Titel Erniedrigung, z. E. 1′1″3‴, und so fahret fort bis an den Stab E, da ihr noch die Höhe xE un-

ter den Titel Erniedrigung tragen müsset, z. E. 3′ 2″ 1‴. Endlich addiret die Erhöhung und Erniedrigung besonders, und ziehet beyde von einander ab, so zeiget der Rest, um wie viel ein Ort höher sey, als der andere.

Dieses Verfahren recht zu verstehen, und den Grund davon einzusehen, dienet folgendes:

Man verlangt zu wissen, wie viel der Ort E höher liegt, als A, das findet man nun so: Man suche, wie viel x höher liegt, als b; dazu addire man bA, so hat man, wie viel x höher liegt, als A; davon ziehe man xE ab, so hat man, wie viel E höher liegt, als A.

Nun zu finden, wie viel x höher liegt, als b; verfährt man so: Jeder Stand der Wasserwaage giebt eine Horizontallinie; die erste fängt sich über A an, und geht bis über B; die zweyte fängt sich über B an, und geht bis über C; die dritte fängt sich über C an, und geht bis über D; die vierte fängt sich über D an, und geht bis über E in x. Wäre nun jede folgende Horizontallinie höher, als die vorhergehende, so stiege man immer von einer zur andern, und die letzte durch x wäre so viel höher, als die erste durch b; so viel man zusammengestiegen, das ist, so viel man sich immer von jeder Horizontallinie bis an die folgende erhöhet hat. Wenn also irgend eine folgende Horizontallinie, niedriger ist, als die nächstvorhergehende, so senkt man sich von der nächstvorhergehenden bis zu ihr, und dieses muß von den Erhöhungen abgerechnet werden. Wenn mehr Erniedrigungen vorkommen, kann man sie alle zusammenrechnen, die Erhöhungen ebenfalls, und so die Summe der einen von der Summe der an-

dern

dern abziehen, so sieht man, wie viel man sich erhöht oder erniedrigt hat. Nach diesen Erläuterungen wird nun bey dem Exempel so verfahren:

Die 2te Horizontallinie erhöht sich über die 1; um	21‴
Die 3te erniedrigt sich unter die 2 , , , , , ,	113‴
Die 4te erhöht sich über die 3	158

Erhöhung		179‴
Erniedrigung		113
x höher als b um		66‴
bA	=	562 addirt.
x höher als A um		628
xE	=	321 abgezogen.
E höher als A um		307‴

Dieses Verfahren, bey dem man den Grund von allen leicht einsieht, läßt sich noch so abkürzen: zu der Summe aller Erhöhungen, addire man bA; und zu der Summe aller Erniedrigungen xE; das letzte ziehe man von dem ersten ab. Dies ist die vorhin gegebene Regel.

§. 200.

Es ist das Wasserwägen eine höchst nützliche, aber auch sehr kützliche Sache, dabey man ungemein leicht fehlen kann Wir wollen noch ein und andere Anmerkungen hinzuthun.

1. Was den Nutzen betrifft, so dient es überhaupt zu Wasserleitungen: denn das Wasser kann nirgends hingeleitet werden, als wo der Ort niedriger ist. In dieser Absicht ist das Wasserwägen nöthig bey Anlegung der Mühlen und anderen Werken, die durchs Wasser getrieben werden; wenn Quellen zu Springbrunnen von einem Ort zum andern geleitet werden; wenn morastige Wiesen durch Ableitung des Wassers in gute und fruchtbare verwandelt werden sollen.

2. Es scheinet, daß wenn ein Ort nur um das geringste niedriger seye, als ein anderer, so könne das Wasser dahin geleitet werden. Dieses ist auch an sich ganz richtig, und trifft auch ein bey grossen Flüssen, wo die Menge des Wassers allen Widerstand übertrifft, oder wenn der Canal vollkommen glatt ist. Allein, wenn es nicht viel Wasser ist, so darf nur eine Hand voll Erde hineinfallen, so ist schon mehr Hinderniß da, als das Wasser überwiegen kann. Daher rechnet man nach Anleitung der Erfahrung, auf 100 Schuh $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{8}$ Schuh Fall, wenn das Wasser von einem Orte zu dem andern geleitet werden soll.

3 Nebst dem, daß man bey dem Visiren durch die Diopteren leicht fehlen kann, so kann auch die Ründung der Erde und Brechung der Strahlen das Wasserwägen unrichtig machen, besonders wenn man weite

Di-

Distanzen auf einmal abwägen will. Daher ist es das sicherste, daß man die Stäbe niemals weiter von einander stecke, als etwa höchstens 40 Ruthen, und ob man gleich dabey etwas mehr Mühe hat, so wird sie doch dadurch ersetzet, daß man desto weniger fehlet. Will man aber ja grosse Weiten auf einmal messen, so merke man, daß die Rundung der Erde nach dem Rheinischen Maas betrage:

auf			′	″	‴
25°	—	—	⸗	⸗	⅓
50	—	—	⸗	⸗	1⅓
75	—	—	⸗	⸗	3
100	—	—	⸗	⸗	5⅓
125	—	—	⸗	⸗	8⅓
150	—	—	⸗	1	⸗
175	—	—	⸗	1	4⅓
200	—	—	⸗	1	9⅓
225	—	—	⸗	2	3
250	—	—	⸗	2	9
275	—	—	⸗	3	6
300	—	—	⸗	4	⸗
325	—	—	⸗	4	8
350	—	—	⸗	5	4
375	—	—	⸗	6	3
400	—	—	⸗	7	1
425	—	—	⸗	7	11½
450	—	—	⸗	8	11
475	—	—	⸗	10	⸗
500	—	—	⸗	11	⸗
625	—	—	1	5	2½
750	—	—	2	0	9
1000	—	—	3	8	⸗

Diese Tafel gründet sich auf folgendes: Weil die Erde eine Kugel ist, so giebt das Wasserwägen nur die scheinbare Horizontallinie, eine Linie, welche die Erde berührt, und sich, je weiter sie fortgeht, immer mehr und mehr vom Mittelpuncte entfernet; die wahre Horizontallinie ist ein Bogen eines Cirkels, welcher mit der Erde einen Mittelpunct hat. Nun setze man zum Exempel in der 146sten Figur die Weite von A bis unter B sey horizontal gemessen (§. 70) 1000°; fände sich nun nach dem vorhin gelehrten Verfahren B in der scheinbaren Horizontallinie durch A, so wäre es nichts destoweniger um 3′8″ weiter vom Mittelpuncte der Erde entfernet als A, oder um so viel über die wahre Horizontallinie durch A erhöhet, und das Wasser würde von B nach A fliessen. Fände sich B, z. E. 4″ über die scheinbare Horizontallinie durch A erhöhet, so wäre es wirklich 4″+3′8″ oder 4′ über die wahre Horizontallinie durch A erhoben, oder das Gefälle von B bis A wäre 4′. Läge aber B z. E. 5″ unter der scheinbaren Horizontallinie durch A; so wäre es über die wahre durch A um 3′8″——5″ oder um 3′3″ erhoben. Sollte B wirklich tiefer als A; unter der wahren Horizontallinie durch A; dem Mittelpuncte der Erde näher als A liegen, welche drey Ausdrücke einerley bedeuten, so müßte B mehr als 3′8″ unter der scheinbaren Horizontallinie durch A gefunden werden: Läge es z. E. 4′ unter ihr, so wäre es der Erde Mittelpunct wirklich um 4′ weniger 3′8″ oder um 4″ näher als A; oder es läge

so

so tief unter der wahren Horizontallinie durch A; und das Wasser würde von A nach B fliessen, wenn Wasser fließt, das in 1000 Ruthen 4 Zoll Gefälle hat (§. 200; 2).

Wie diese Tafel verfertiget worden, läßt sich hier nicht zeigen. Sie ist aus des le Febure traité du Nivellement pag. 6. genommen. Man bemerke, daß sie auf zwölftheiliges Maas (§. 23) gerichtet ist, in dem Exempel §. 199 ist zehentheiliges.

4. Wenn man einmal von A bis E abgewogen hat, so thut man wohl, wenn man wieder zurück von E bis A abwieget, um zu sehen, ob man nicht gefehlet. Man muß aber nicht wieder die erste Stände BCD, sondern andere annehmen, man möchte sonst die ersten Fehler, wenn einige begangen worden, zum zweytenmal machen. Diese Mühe soll einen nicht dauern, weil es besser ist, sicher zu gehen, als aufs unsichere grosse Kosten zu den Wasserleitungen verwenden.

5. Sind zwischen zwey Oertern, von denen man den Fall wissen will, Mühlen angelegt, so darf man nur aller Mühlen Fall zusammen addiren; so hat man wenigstens den Fall beyder Oerter. Er kann aber noch grösser seyn, weil das Wasser zwischen denen Mühlen noch Fall hat.

6. Um sicher zu seyn, daß die Waage richtig seye, so kehre man sie um, wenn sie einmal mit den Brettlein n und m richtig gestellt worden, daß die Diopter a gegen m, und die Diopter b gegen n gekehret seye. Erscheinet sodann durch die Dioptern noch n und m, wie vorhin, so ist sie richtig, fehlt aber etwas, so muß man sie zu verbessern suchen.

7. Das tannene Holz, woraus die Wasserwaage gemacht werden soll, wirft sich zwar nicht leicht, wird auch nicht leicht krumm; allein, es ist doch möglich. So bald sich dieses findet, nimmt man einen andern Rahmschenkel, der bald wieder zu einer Wasserwaage eingerichtet ist.

Neun-

Neunzehentes Kapitel
vom Markscheiden.

§. 201.

Die Markscheidekunst, die im Lateinischen auch unterirdische Geometrie genennet wird, ist eine Wissenschaft die unter der Erde gemachte Gänge, oder nach bergmännischer Sprache, alsogenannte Grubengebäude auszumessen, und über der Erde zu bezeichnen.

Sie hat ohne Zweifel ihren Namen von Bestimmung oder Entscheidung der Grenzen, die Mark genennet werden, wie weit nämlich einer befugt seye, in einem Bergwerke unter der Erde fortzugraben, dem sein Antheil zu Tag, das ist, über der Erde, angewiesen ist.

§. 202.

Hieraus werden wir leicht begreifen, was ein Markscheider zu thun habe.

1. Er muß der Gruben unter der Erde Weiten, Längen und Wendungen messen; weil sonst nichts an denen Gruben gemessen werden kann: die Wendungen aber, theils nach ihrem Steigen und Fallen, theils nach ihrer Richtung gegen die Weltgegenden.

2. Alle

2 Alle Puncte über der Erde bestimmen, die perpendiculair über den Grubengebäuden stehen.

3. Bestimmen, wie weit ein jedes Punct in der Grube von einem Puncte, entweder über der Erde, oder in einer andern Grube, entfernet seye.

4. Die unterirdische Gänge im Risse vorstellen.

5. Da nun diese Stücke alle nach denen Gründen der gemeinen Geometrie und Trigonometrie behandelt werden, so muß ein Markscheider nicht nur diese Wissenschaft selber inne haben, sondern auch solche auf diese Stücke anzuwenden wissen. In dieser Anweisung aber werden wir uns meistens nur der Geometrie bedienen.

§. 203.

Ein Markscheider muß messen, also muß ihm auch das Bergmaas bekannt seyn, welches sowohl Längen- und Flächen- als Winkelmaas ist.

Das Längenmaas ist ein Lachter, welches sechs Schuhe oder ein Klafter hat; dieses wird in 8 Schuhe, der Schuh in 10 Zoll, und der Zoll in 10 Gran getheilt, daß 1 Lachter =8 Schuhe =80 Zoll 800 Gr. Wir wollen aber, wie in der Geometrie, das Decimalmaas annehmen, und das Lachter in 10 Schuhen, den Schuh in 10 Zoll, den Zoll in 10 Gran ꝛc. eintheilen, weil solches, sonderlich wenn man die trigonometrische Rechnung dabey brauchen will, gar viel Erleichterung verschafft.

Es

Es sind aber die Lachter nicht überall gleich groß, sondern es hält in Rheinländischem Maas

	Schuhe.	Zolle.	Grane.
Das Joachimsthalische	6	—	—
Freybergische	6	2	—
Eislebische	6	3	—
Harzische	5	11	8
Durlachische	6	—	—

Das Flächenmaas wird gebraucht, wenn einem zu Tage auf der Oberfläche der Erde ein gewisser Platz zum Erzgraben horizontal angewiesen wird. Da ist nun eine Fundgrube 42 Lachter lang und 7 Lachter breit = 3 Wehr; ein Wehr 14 Lachter lang und 7 Lachter breit = 2 Lehn; ein Lehn oder Vierung 7 Lachter lang und 7 Lachter breit; und ein Maas ist 2 Wehr.

Das Winkelmaas ist zweyerley; denn es stimmt entweder mit dem gemeinen geometrischen überein, da der Cirkel, nach welchem die Winkel gemessen werden, in 360 Grad u. s. w. getheilet wird; oder der Cirkel wird in 24 Theile, die Stunden genennet werden, getheilet, und jede Stunde in weitere 8 Theile, daß der ganze Cirkel 192 Theile bekommt. Des ersteren bedient man sich, wenn man das Steigen und Fallen der Linien, oder die Abweichung von der Horizontallinie messen will; des letztern aber, wenn man die Wendung einer Grube gegen die Weltgegenden bestim-

men

men will, daß wenn ein Grubenbau gerad gegen Mittag oder Mitternacht gehet, so stehet er auf der zwölften Stunde; weicht er von Mitternacht um $\frac{1}{24}$ zur Rechten ab, so stehet er auf der ersten Stunde Vormittag; ist es aber gegen die Linke, so ist es 11 Nachmittag.

§. 204.

Da die Bergleute besondere Bergwerkswörter haben, müssen wir uns wenigstens diejenigen bekannt machen, die bey dem Markscheiden gebraucht werden; damit wir sie, und sie uns verstehen. Sie betreffen entweder die Gruben selber und ihre Lage, oder deren Ausmessung. Vorher aber müssen wir wissen, wie sie die drey Seiten in einem rechtwinklichten Triangel nennen (Tab. IX. Fig. 6). Die Grundlinie bc, die horizontal liegt, heißt Sohle, weil sie der Fuß ist, worauf der Triangel stehet, und heißt sohligt eben so viel, als horizontal; die Aufrechte ab Seiger Teuffe, weil sie statt Tiefe, sagen Teuffe, und seigeren, heißt herabfallen, daß also seiger so viel heißt, als perpendiculair; und endlich ac die Fläche, weil man auf dieser Linie in den Gruben als auf einer Fläche auf- und absteiget.

Die gegrabene Gänge selber werden überhaupt Gruben oder Grubengebäude genennet; das Wort Gang aber wird meistens nur von dem Streichen der Erze und anderer Mineralien, wie sie als Adern durch Gesteine und Erde durchgehen, gebraucht. Unter denen Gruben wird diejenige Schacht genennet, die von der Oberfläche der Erde entweder perpendiculair in den

Berg

Berg gehet, oder doch keinen kleinern Winkel als 80 Grade mit dem Horizonte macht. Ein Stollen aber ist eine horizontale, oder doch nicht weit von der Horizontallinie abgehende Grube, die meistens zur Abführung des Wassers, Einbringung des Wetters oder frischen Luft, Ausbringung des Erzes ꝛc. angelegt wird.

Betrachtet man die Gruben und Gänge nach ihrer Lage, und zwar anfänglich in Absicht auf den Horizont, so ist ein stehender Gang, der mit dem Horizont einen Winkel macht, zwischen 60 und 80 Graden; ein Flacher, zwischen 20 und 60 Graden; und endlich ein schwebender, zwischen dem Horizonte und 20 Graden. Ueberhaupt, wenn sie von dem Orte an, wo man mißt, sich über die Horizontallinie erheben, werden sie steigende, wenn sie aber unter sie hinunter gehen, fallende genennet, und das Steigen und Fallen die Dohnlege.

In Betracht der Weltgegenden, werden sie in vier Classen getheilet, nämlich: die zwischen die neunte und zwölfte Stunde fallen, heissen flache Gänge; zwischen zwölf und drey, stehende; zwischen drey und sechs, Morgen; und zwischen sechs und neun, Spatgänge; daß also auf der Stundenscheibe, sowohl gegen Morgen als Abend, flache, stehende, Morgen und Spatgänge vorkommen.

Die Messung selber heißt ein Zug, und zwar der Grubenzug oder das Abziehen der Grubengebäude, wenn sie unter der Erde geschiehet; über der Erde aber der Tagezug. Bringt man das gemessene nach dem verjüngten Maasstab aufs Papier, so heißt es zulegen;

legen; vom Papier aber aufs Feld, zugeben. Und vermessen, heißt den Platz auf der Oberfläche der Erde bestimmen, wie weit einer zu graben, berechtiget seye. Jede merkliche Stellen, da man anfängt oder aufhört zu messen, oder sich die Gruben wenden, werden Orthe oder Orthungen genennet, und wenn solche am Anfange oder Ende der Gruben sind, heissen sie ganze Orthe. Werden die Orthungen perpendiculair oben auf der Erde angezeigt; so sagt man: man bringe die Orthung an Tag aus. Die Pfähle, womit solches geschiehet, heissen Orthpfähle; die Steine aber Lochsteine. Und wenn von einem Puncte über der Erde das darunter in den Gruben liegende Perpendiculair bestimmt wird; so nennt man es: die Lochsteine in die Grube fällen. Ein Durchschlag ist ein von einem Punct zu einer Grube gemachter Zugang. Endlich heißt resolviren, wenn man aus der gemessenen Fläche und dem Winkel, den sie mit dem Horizonte macht, die Seiger-Teuffe und Sohle findet.

§. 205.

Die zum Markscheiden nöthige Instrumenten sind ausser denen, die man in der gemeinen Geometrie nöthig hat, als Cirkel, Linial, Meßstangen, Schnüre, u. dergl. 1) Der Gradbogen oder Wasserwaage, 2) der Häng- oder Grubencompaß, 3) das Zulegin- strument, 4) die Stundenscheibe, 5) der Cirkel oder Stundentransporteur.

Der Gradbogen (Tab. IX. Fig. 5) ist ein in 180 Grade getheilter halber Cirkel, an dessen Mittel- puncte

punct ein Senkbley ist, und zwey umgebogene Bleche A und B hat, mit denen er an eine ausgespannte Schnur gehänget werden kann, wie die Figur zeiget. Es ist dabey in Acht zu nehmen: 1) daß er von so dünnem meßingenen Blech gemacht werde, als möglich, damit er die Schnur, daran er gehängt wird, nicht krumm ziehe; 2) daß die Krümme der Hacken, und folglich die Schnur, daran er gehängt wird, auf das genaueste mit dem Diameter parallel seye; 3) daß die Zahlen zu denen Graden von der Mitte des Bogens C zu beyden Seiten in denen Quadranten hinauf zu gezählet werden, bis an den Diameter 90 zu stehen komme; 4) daß der Diameter etwa vier bis fünf Zoll seyn müsse, um die Grade noch in vier Theile, jeden zu funfzehen Minuten theilen zu können. Die Theilung aber geschieht, wie beym Transporteur (§. 36); 5) daß das Senkbley, wenn der Gradbogen an eine Schnur aufgehängt wird, so viel Grade abschneide, als der Winkel hat, den die Schnur mit dem Horizonte macht, oder den Winkel c, und so dieser von 90 Graden abgezogen wird, der Winkel a komme (Tab. IX. Fig. 6).

Der Grubencompaß (Tab. IX. Fig. 7) ist ein im Diametro etwa drey Zolle grosses, rundes Kästlein CD mit einer Magnetnadel, so in denen Zapfen a und b eines Ringes EF, der winkelrecht in einen anderen ABCD befestiget ist, dergestalt beweglich, und im Gleichgewicht ist, daß es sich von selbsten horizontal stellet. Wir bemerken dabey: 1) der äussere Ring bekommt Hacken A und B, zu eben dem Zweck, wie der Gradbogen. 2) Der Ring EF muß in E durch eine Schraube eröffnet werden können, damit man das

Kästlein herausnehmen kann. 3) Der Rand des Kästleins wird in vier und zwanzig Stunden, und jede Stunde in acht Theile getheilet (§. 203), davon die bey D mit 12, und zwar gegen Mitternacht, bey C auch mit 12, aber gegen Mittag, bezeichnet werde, oder zu jener wird geschrieben Sept. zu dieser Mer. 4) Ob gleich die Stunden in der Hälfte CaD der Natur nach Vormittags, und die in DbC Nachmittagsstunden seyn sollten; so werden sie doch verkehrt geschrieben, daß die erste zwischen D und b, 1, die zweyte 2 rc. Vormittag, und die erste von C bis a 1, die folgende 2 rc. Nachmittag heissen. Weil, wenn sich die Schnur von Mitternacht gegen Morgen ziehet, die Nadel gegen Abend zu, zeigen muß. 5) Bey dem Gebrauch muß die Mittagsseite C jederzeit gegen den Ort gerichtet werden, wo man anfängt zu messen; die Mitternachtseite aber gegen den Ort, dahin man messen will; so wird die Nadel allezeit die Stunde zeigen, wohin die Schnur streicht. 6) Um die Nadel recht beweglich zu machen, muß sowohl das Hütlein an der Nadel, als das Stift, darauf sie ruhet, fein polirt seyn, doch muß der Stift nicht stechen. 7) Weil alle Magnetnadeln abweichen, so muß man entweder die observirten Stunden nach der Abweichung corrigiren, oder den Rand, worauf die Stunden gezeichnet sind, beweglich machen, daß man die zwölfte Mitternachtstunde so weit von D gegen b verschiebe, als die Nadel abweichet, so wird CD die wahre Mittagslinie seyn, und die Nadel jederzeit die wahre Stunde zeigen. Weil die Abweichung nicht an allen Orten, auch an einem Orte nicht zu allen Zeiten einerley ist, so ist es nicht genug, wenn die Abweichung gleich bey Verfertigung des Compasses richtig gemacht wird: sondern man muß

den

den Compaß von Zeit zu Zeit nach einer richtigen Mittagslinie berichtigen, und nach der gefundenen Abweichung den Ring drehen. 8) Die Magnetnadel muß vor Kälte, Feuchtigkeit, Rost, und nahegelegenem Eisen verwahret, und nach dem Gebrauch lieber in einem Papier verwahret, als in dem Kästlein gelassen werden, damit der Stift nicht durch Hin- und Herstossen stumpf werde.

Das Zuleginstrument (Tab. IX. Fig. 8) ist ein Linial DF, auf welchem das auf dem Hängcompaß herausgenommene Magnetkästlein dergestalt befestiget wird, daß dessen Mittagslinie CD gerad auf die Linie AB komme, und folglich mit denen Seiten DE und CF parallel seye. Es ist demnach nöthig, daß 1) auf das Linial ein Kästlein xy, in welches das Magnetkästlein genau passe, befestiget werde. 2) Wenn man dieses Instruments Richtigkeit untersuchen will, müssen auf die Linien AB in A und B Dioptern oder Absehen gesetzt, und auf 50 bis 100 Schritt ein Stab gesteckt werden, den man durch diese Dioptern genau siehet. Hierauf stecket man noch einen Stab, der mit den ersteren und denen Dioptern in gerader Linie stehe, und spannet eine Schnur daran. Zeiget nun die Magnetnadel, wenn sie auf dem Zuleginstrument ist, und in dem Hängcompaß an die Schnur gehängt wird, einerley Stunde, so ist das Instrument richtig. 3) Wird es gebraucht, auf dem Papier eben die Wendungen der Gruben zu zeichnen, die man mit dem Compaß in in denenselben gefunden, da man das Linial so lang verschiebt, bis die Nadel eben die Stunden zeigt, die sie in dem Grubenzuge gezeiget.

Die Stundenscheibe (Tab. IX. Fig. 1) ist ein meßingener Cirkel, wie die Figur zeiget, auf welchem die Stunden, und deren Theile, genau eingetheilet sind. Wir bemerken dabey 1) der Diameter wird insgemein nur 4 Zoll groß gemacht. Ich halte aber dafür, daß es besser, wenn er bis gegen 1 Schuh groß wird, besonders, wenn man das bewegliche Linial dabey anbringen will. 2) Sie wird auf ein Stativ oder Fuß gesetzt, welcher etwas schwer und stark ist, auch die Füsse wohl mit Eisen beschlagen, damit sich das Instrument nicht so leicht verrucken lasse, wenn die Schnüre, die beym Gebrauch daran kommen, angespannt werden. 3) Sie muß auf einer andern Scheibe (Tab. IX. Fig. 3), die an das Stativ befestiget ist, beweglich seyn; als a ist die bewegliche Stundenscheibe, und b die unbewegliche, an welcher die Nuß durch vier Bogen befestiget wird, damit man darzwischen die Schraube c herumdrehen kann. Damit aber die Scheibe auf der unbeweglichen in jedem beliebigen Stand befestiget werden könne, so kann man sich der Klammer mit der Schraube Fig. 4) bedienen, oder es kann bey a (Fig. 3) ein Stück der beweglichen Scheibe über die unbewegliche heruntergehen, welches mit einer Stellschraube versehen ist. 4) Insgemein wird in das in dem Centro befindliche Loch c eine Schnur gesteckt, die, wenn sie angezogen wird, die Stunden zeigen soll. Allein, eine solche Schnur kann nicht genau genug zeigen, sonderlich wenn sie beym Steigen und Fallen der Grube in die Höhe oder heruntergezogen werden muß. Um deswillen will ich anstatt der Schnüre ein bewegliches Linial (Tab. IX. Fig. 2) auf der Scheibe anbringen, dessen Schärfe AB gerad auf das Centrum B gehe, an welchem eine Schraube, die durch

durch das Loch c gesteckt und angezogen wird, damit dieses Linial daran auf der Scheibe herum gedrehet werden kann. Auf diesem Linial sind zwey meßingene Bleche AD und BF winkelrecht befestiget; von denen dasjenige, so auf dem Centro B stehet, zwey Zapfen G und K hat, an welchen ein ander Linial GH beweglich ist; das andere aber einen Schlitz, in welchem gemeldtes Linial auf- und abgeschoben werden kann, wenn die Gruben steigen oder fallen. Und in dieses Linial wird die Schnur x, womit di' Gruben abgezogen werden, durch einen Hacken bey H eingehänget. Es sind aber die Zapfen und der Schlitz mit äusserster Sorgfalt so einzurichten, daß die Mitte des Linials HG genau auf das Centrum B und die Schärfe des Linials AB falle, und das Centrum der Zapfen G und K perpendiculair über dem Centro B stehe. 5) Die Löcher in dem Linial HG, mit deren einem es an die Zapfen gesteckt, und in das andere der Hacken kommt, müssen so gemacht werden, daß ihre Centra genau auf die Schärfe drs Linials passen. 6) Damit diese beyde Bleche nicht so leicht aus ihrem perpendiculairen Stand verrückt werden können, wird zwischen ihnen das dünne Blech N befestiget, in welchem eine Eröffnung zu dem Senkbley P geschnitten wird, um das Instrument jederzeit in waagrechtem Stande zu stellen. 7) An dem Schlitz AH werden von unten hinauf, und von oben herunter die Grade gezeichnet, die das Linial HG mit der Horizontallinie AB macht. Dieses geschiehet, wenn auf einem Papier mit dem Radio AB ein Quadrant gezogen, und in seine 90° getheilet wird, die Grade aber bis an eine in A aufgerichtete Perpendiculairlinie ausgezogen werden, wo sie die Linien abschneiden, die man auf den Schlitz zu tragen hat. 8) Um

der Bequemlichkeit im Abziehen muß man zwey dergleichen Stundenscheiben haben.

Der Cirkel- oder Stundentransporteur (Tab. IX. Fig. 10) ist auch eine Stundenscheibe von einem ohngefähr 3 bis 4 Zoll grossen Diameter in ihre Stunden eingetheilt. In der Mitte aber wird dergestalt ein Ausschnitt gemacht, daß eine Spitze n genau auf das Centrum trifft. Dieser Transporteur wird gebraucht, wenn das, so mit der Stundenscheibe in den Gruben gemessen worden, auf das Papier gezeichnet werden soll, und ist eben das gegen die Stundenscheibe, was das Zuleginstrument gegen den Grubencompaß.

§. 206.

Eine Grube mit dem Hängcompaß abzuziehen.

1. Befahret die Grube, das ist, steiget in dieselbe hinein, und machet euch dieselbe bekannt, daß ihr zum voraus in etwas wisset, wie und wo ihr die Instrumenten anzusetzen habet.

2. Machet auf ein Blatt Papier oder Schreibtafel eine Tabelle mit gehörigen Titeln, darein ihr hernach die beym Abziehen gefundene Maasse der Ordnung nach einzutragen habt, auf folgende Art:

Fläche.	Steigen.	Fallen.	Stunden Vormittag.	Stunden Nachmittag.	Märkzeichen.	Sohle.	Seigerteuffe.
0′ ″	0′ ″	0′ ″	St. 8tel	St. 8tel		0′ ″	0′ ″

Unter

Unter den ersten Titel kommt eine jede gefundene Länge von Anfang der Grube bis an die nächste Orthung, und von da bis wieder in eine andere, es mag solches perpendiculair hinunter oder in die Höhe gehen, wie beym Schacht, oder horizontal oder schief; denn gehet die Grube perpendiculair, so ist die Fläche und Seigerteuffe einerley; gehet sie horizontal, so ist die Fläche und Sohle einerley. Unter den zweyten und dritten Titel kommen die an dem Gradbogen bemerkte Grade, wenn nämlich die Grube steigt, so kommt unter den Titel Fallen ein Strich, welcher anzeigt, daß die Grube nicht falle, unter Steigen aber die bemerkte Grade, und so umgewendet, wenn sie fälle, kommt unter Steigen ein Strich; wäre es ein Schacht, so käme, wenn man von oben herunter mässe 90 unter Fallen, von unten herauf 90 unter Steigen. Was unter den vierten und fünften Titel zu setzen, ist vor sich klar, und jeder wird einsehen, daß, wenn der Compaß Vormittagsstunden zeiget, unter die Nachmittagsstunden nur ein Strich komme, und so umgewandt, auch wenn das Steigen und Fallen perpendiculair ist, es weder Vor- noch Nachmittagsstunden gebe. Unter den sechsten Titel kommen die Zeichen, die man beym Messen in das Gestein hauet, so etwa ein Kreuz, Cirkel ꝛc. seyn kann. Die zwey letzte Titel bleiben beym Abziehen leer, und werden erst beym Resolviren gebraucht. Vielleicht dörfte nützlich seyn, wenn auch noch der neunte Titel hinzugethan würde, welcher das begriffe, was man angetroffen, nämlich Erde, harte Steine, weiche Steine, Bleyadern, Spath, Kieß ꝛc.

3. Machet den Anfang mit dem Messen oder Abziehen von der Mündung oder Eröffnung in der Oberfläche des Berges, und ist es ein Schacht, so lasset die

Bleyschnur hinab, bis sie eine Grubenwand berühret, und messet diese Schnur; traget sodann unter den Titel Fläche, dessen Länge, unter Steigen ein Strich, unter Fallen 90, unter Stunden Vor- und Nachmittag ein Strich, und unter Märkzeichen Schachtmündung.

4. Ist der Eingang in das Grubengebäu horizontal oder schief, so nehmet 6, 8, 10, ꝛc. etwa Zoll dicke Stäbe, die etwas länger, als die Weite der Grube ist, damit sie in die Quer in der Grube gesteipert werden können. Befestiget bey einer jeden Wendung des Gebäudes einen solchen Stab, indem ihr das eine End des Stabes an einer Seite anstosset, das andere aber etwas in die Höhe hebet, und an der andern Seite des Gebäudes herunterstreifet, bis der Stab gepresset, ohngefähr in der Mitte der Grube fest stehen bleibe, doch daß man bequem darüber hinschreiten kann. Vor die Mündung aber leget ohngefähr in die Mitte auch einen solchen Stab, bindet in dessen Mitte euere Schnur an, und lasset ihn halten, bis er durch Anziehen der Schnur selber fest bleibet. Ziehet sodann die Schnur fort bis an den ersten in die Quer gesteiperten Stab, wickelt die angespannte Schnur darum, und fahret so fort zu dem andern, zweyten, dritten, u. s. w. so lang eure Schnur ist, daß diese Schnur mitten durch das Grubengebäude der Länge nach ausgespannet seye, und alle Wendungen vorstelle.

5. Messet die Schnur bis an den ersten Querstab, und traget das Maas unter gehörigen Titel. Hänget dann den Gradbogen mitten an die Schnur, und schreibet das bemerkte Steigen oder Fallen an gehörigen Ort. Und endlich hänget an die Stelle des Gradbogens den Hängcompaß, daß Norden dahin gerichtet seye, dahin ihr messen wollet; so wird die Nadel die Stunden zeigen,

gen, die ihr unter ihre Titel tragen könnet. Und so fahret von einer Orthung oder Wendung der Grube zu der andern fort, und traget den Erfund unter die gehörige Titel, so ist geschehen, was ihr verlanget.

Um dieses deutlicher zu verstehen und ins Werk zu richten, bemerken wir noch

1. Anstatt der in die Quer gesteiperten Stäbe hat man sonst meßingene Schrauben (Fig. 11) mit einem hölzernen Heft, die man in die Wände der Gruben einschraubet, und die angezogene Schnur darum wickelt. Allein die Stäbe scheinen um deswillen schicklicher, weil die Schnur mitten in das Grubengebäude kommt, und der Compaß und Gradbogen freyer daran hangen.

2. Die Schnur könnte zwar in Lachter getheilet werden, damit man die Länge der zu messenden Linien gleich darauf haben könnte; weilen sie aber umwickelt wird, und leicht mehr oder weniger angespannet werden kann, so ist sicherer, wenn die Linien mit dem Lachterstabe an der Schnur gemessen werden.

3. Wenn die Schnur etwas zu schief zu stehen kommt, so rutschen die darangehängte Instrumenten gern herunter. Um dieses zu verhüten, habe man spitzige Stifte bey der Hand, die in die Schnur bey denen Hacken der Instrumenten gesteckt werden können.

4. Wenn das Abziehen von einem Schacht angefangen wird, so fährt man unten in den Gruben mit dem Messen fort, wie Nro. 4 gezeiget worden.

5. Wie der Grubencompaß müsse angehängt werden, ist aus §. 205 ersichtlich.

6. Da sich die Schnur, wenn sie lang ausgezogen wird, merklich senket, so muß man sie, wenn auch die Grube eine gute Strecke gerad fortstriche, doch nicht lang ausziehen, und lieber stückweis messen.

7. Weil das Eisen die Magnetnadel von ihrer ordentlichen Richtung abziehet, so siehet man wohl, daß diese Art in denen Eisenbergwerken nicht zu gebrauchen, sondern die folgende §. 209 müssen angewendet werden.

8. Der Markscheider muß sich sorgfältig hüten, daß er nichts von Eisen und Stahl bey sich habe, ja nicht eine Schnalle.

§. 207.

Den Grubenzug zu resolviren.

Weil resolviren so viel heißt, als aus der gefundenen Fläche und dem Winkel, den sie mit der Horizontallinie macht, die Sohle und Seigerteuffe finden: so traget die gefundene Fläche a c (Tab. IX. Fig. 6) nach dem verjüngten Maasstab auf, und an deren eines End c den gefundenen Winkel, an das andere End a aber den Rest des gefundenen Winkels von 90°, und ziehet die Linien a b und c b aus, so giebt a b Seigerteuffe und b c Sohle, die ihr nach dem verjüngten Maasstab messen, und unter die bey dem Abziehen leer gelassene zwey letzte Titel eintragen könnet.

Anderst. Wenn ihr die Tabulas sinuum bey der Hand habet, so sprecht: der Sinus totus giebt die gefundene Fläche, was der Sinus des gefundenen Winkels? so findet ihr die Seigerteuffe. Wollt ihr aber die Sohle haben, so ziehet den gefundenen Winkel von 90° ab, und sprecht: der Sinus totus giebt die Fläche, was der gefundene Rest von 90°?

Anderst (Tab. IX. Fig. 9), Lasset euch mein Resolvirinstrument entweder von Holz, oder besser, von Meßing machen, welches ein Blatt gm von 8, 10 bis 12 Zoll habe, daran oben ein Quadrant nm, dessen Radius cm etwa $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll habe, und die Grade

von

von n an gezählet seyen. An dem Centro c wird ein bewegliches Linial ab gemacht, dessen Schärfe durch das Centrum gehe. Nebst diesem ist noch der besondere Winkelhacken df nöthig, auf welchem nach einem verjüngten Maasstabe von d gegen f 10, 12, und mehr Lachter mit ihren Schuhen und Zollen gezeichnet seyen. Auf gleiche Art werden auch die Lachter von c gegen b und von c gegen g gezeichnet. Wollt ihr nun damit resolviren, so richtet das Linial ab auf den Grad, den der gefundene Winkel erfordert, und befestiget es mit einer Schraube, die über dem Centro seyn kann. Haltet das Instrument bey g mit der linken Hand, und schiebet mit der rechten den Winkelhacken hinauf, bis er an dem Linial ab die Lachter, die ihr an der Fläche gefunden, trifft in f; so sehet ihr an cd die Seigerteuffe, und an df die Sohle.

Man siehet leicht, daß aus der gegebenen Sohle und Winkel die Fläche und Seigerteuffe, und aus der gegebenen Seigerteuffe und Sohle, sowohl Fläche als Winkel, auf gleiche Art gefunden werden könne. Wir wollen dieses nur an den Resolvirinstrument sehen.

1. Wenn Sohle und Winkel gegeben, so befestiget das Linial ab auf den Winkel, und schiebet den Winkelhacken hinauf, bis in df so viel abgeschnitten wird, als die Sohle beträgt; so giebt ef Fläche, und cd Seigerteuffe.

2. Wenn Sohle und Seigerteuffe gegeben, so schiebet den Winkelhacken hinauf, bis cd so groß ist, als die gegebene Seigerteuffe, und verschiebet sodann das Linial ab, bis es von dem Winkelhacken so viel abschneidet, als die gegebene Sohle; so zeiget a n den Winkel, und ef die Fläche.

§. 208.

§. 208.

Den mit dem Compaß gemachten Grubenzug aufs Papier zu zeichnen, oder zuzulegen.

1. Nehmet das Magnetkästlein aus dem Hängcompaß, und setzet es in das Zuleginstrument (Tab. IX. Fig. 8), daß die Mittagslinie CD (Fig. 7) genau auf AB komme, und entweder mit einem elastischen Ring oder Schraube befestiget seye.

2. Machet einen verjüngten Maasstab von Lachtern, wie in der Geometrie gelehret worden, und befestiget das Reißbrett, auf welchem Papier gespannt seye, daß es während der Arbeit nicht verruckt werde.

3. Verschiebet da, wo der Anfang der Zeichnung geschehen soll, das Zuleginstrument so lang, bis die Magnetnadel die Stunde zeiget, die ihr beym Abziehen des Gebäudes zuerst gefunden, und ziehet an der Seite CF des Instruments die Linie AB in der Länge, als ihr durch das Resolviren die erste Sohle gefunden (Tab IX. Fig. 12).

4. Leget wieder an den Punct b das Zuleginstrument, verschiebet es, bis die Nadel die Stunde zeiget, die ihr bey der zweyten Wendung des Gebäudes gefunden, und ziehet an dessen Seite CF die Linie bc in der Länge der zweyten gefundenen Sohle. Und so fahret fort bis zu Ende, so zeiget die Linie abcdf alle Längen und Wendungen des Gebäudes.

5. Durch die ganze Zeichnung abcdf ziehet mit Hülfe des Zuleginstruments die wahre Mittagslinie xy als eine punctirte Linie.

Um

Um keine Fehler zu machen, nehme man in Acht, daß diese Zeichnung nicht vorgenommen werde:

1) Wo Eisen ist, weil solches die Nadel von ihrer Richtigkeit abziehet. 2) Nicht weit von dem Ort, wo gemessen worden, weil die Abweichung der Nadel an verschiedenen Orten verschieden ist.

§. 209.

Mit einer Stundenscheibe ein Grubengebäude abzuziehen (Tab. IX. Fig. 13).

1. Setzet in dem Anfang der Grube A die eine Stundenscheibe recht horizontal, und in die erste Wendung der Grube oder Orthung B die zweyte, und ziehet die Schnur x (Fig. 2) von dem einen Linial HG bis an das andere, dergestalt, daß wenn das Gebäude steiget, das Linial auf der Scheibe in A an den Hacken G, auf der andern in B an den Hacken K eingehänget werde.

2. An diese gespannte Schnur hänget den Grubencompaß, und rücket die erste Scheibe in A, so, daß daß Linial AB auf die Stunde komme, welche die Magnetnadel zeiget; die andere aber, daß das Linial AB gerad die gegenüberstehende zeige, damit die Mittagslinie ms sich immer parallel bleibe, und schraubet die Scheibe oder mit der Klammer (Fig. 4) fest.

3. Messet die Schnur von dem Centro der einen Scheibe bis zum Centro der andern, und traget sie unter den Titel: Fläche.

4. Eben so traget die gefundene Stunde unter den gehörigen Titel, das Steigen und Fallen aber könnt ihr entweder an denen an den Schlitz gezeichneten Gra-

den

den abnehmen, oder mit dem Gradbogen finden, und gehörig eintragen.

5. Traget die erste Scheibe in C, und verfahret von B bis C vollkommen, wie von A bis B, u. s. w. bis zu Ende; so ist geschehen, was man verlangt.

§. 210.

Eine Grube ohne Instrumenten abzuziehen (Tab. IX. Fig. 14).

Spannet eine Schnur ABCD ꝛc. durch das ganze Grubengebäude, vermittelst der gesteiperten Stäbe oder der Bohrer, und messet AB, BC, CD ꝛc. und deren Steigen und Fallen. Damit ihr aber die Winkel xBy, nCm ꝛc. bekommet, so unterspannet sie mit der Schnur xy, nm ꝛc. und messet sowohl die Längen Bx, By, xy ꝛc. als deren Steigen und Fallen. Und wenn ihr beym Anfang der Grube A den Compaß an AB gehänget, so findet ihr auch die Stunden richtig.

Ueber das, was §. 206 angemerket worden, ist noch hier zu beobachten.

1. Daß auch in den Eisenbergwerken, wo diese beyde letztere Arten gebraucht werden müssen, im Anfange der Grube nichts von dem Eisen an Veränderung der Magnetnadel zu besorgen, weil da entweder gar keines, oder sehr wenig Eisen angetroffen wird.

2. Daß das Resolviren des Grubenzugs vollkommen geschehe, wie §. 207 gelehret worden.

3. Daß bey der zweyten Art nicht nur AB, CB, CD ꝛc. sondern auch xy, nm ꝛc. resolvirt werden müssen, wenn man den Zug aufs Papier tragen oder zulegen will.

§. 211.

Den mit der Stundenscheibe gemachten Grubenzug aufs Papier zu tragen (Tab. IX. Fig. 13).

1. Nachdem alles resolvirt worden (§. 207), so traget die Sohle der ersten Linie AB (Fig. 13) nach dem verjüngten Maasstab auf.

2. An den Punct B leget den Mittelpunct n des Cirkeltransporteurs, dergestalt, daß der Mittagspunct m mit der Linie AB den Winkel mache, den die in A gefundene Stunden erfordern, weil der Winkel BAs dem Winkel ABm gleich seyn muß, wenn die Mittagslinie ms in B der Mittagslinie ms in A parallel seyn solle.

3. Wenn der Transporteur in B also richtig liegt, zählet von dem Nordpunct s die Stunden, die ihr in B observirt habt, bis in r, und machet daselbst ein Punct, daß ihr durch B und r die Linie BC ziehen könnet, die der gefundenen Sohle gleich seye.

4. Leget an C wieder den Transporteur, wie vorhin an B. daß der Winkel BCm gleich seye sBr, und bemerket den Punct q, den ihr beym Abziehen gefunden, und fahrt so fort bis zu Ende.

5. Eine von den Linien ms ziehet aus, um die Mittagslinie in dem Riß zu haben.

§. 212.

Den ohne Instrumenten gemachten Grubenzug aufs Papier zu tragen (Tab. IX. Fig. 14).

Es ist weiter nichts nöthig, als die durch das Resolviren gefundene Sohlen von AB, Bx, By, xy; ferner von BC, Cn, Cm, mn ꝛc. der Ordnung nach, vermittelst des verjüngten Maasstabes aufzutragen.

§. 213.

§. 213.

Zu finden, um wie viel ein jeder Punct des Grubengebäudes höher oder tiefer seye, als das Mundloch der Grube.

1. Addiret besonders alle gefundene Seigerteuffen vom Mundloch an bis an den verlangten Punct, da die Grube steiget; und eben so alle Seigerteuffen, da die Grube gefallen.

2. Subtrahiret das kleinere von dem grösseren, so habt ihr das verlangte.

3. Sind die steigende Seigerteuffen zusammengenommen, grösser, als die fallende, gewesen; so zeiget der Nro. 2 gefundene Rest, um wie viel der gegebene Punct höher, als das Mundloch; im andern Fall aber, wie viel tiefer.

§. 214.

Das Grubengebäude im Profil vorzustellen.

Dieses ist auf dem platten Papier wegen den zweyerley Wendungen, sowohl gegen die Weltgegenden, als den Horizont sehr schwer zu machen, und wenn es auch geschiehet, so ist doch aus einer solchen Zeichnung nichts deutlich abzusehen. Darum wollen wir lieber eine deutlichere Art angeben.

1. Traget den Grubenzug nach §. 208. 211. 212. auf einen feinen oder mit weissem Papier überzogenen Papendeckel.

2. Schneidet aus eben solchem Papendeckel ein Rectangulum ABCD (Tab. IX. Fig. 15), dessen Länge CD so groß, als die Summe aller gefundenen und aufgetragenen Sohlen, daß nämlich CE=ab, EF=bc, FG=cd, GD=df ꝛc. (Tab. IX. Fig. 12); die

die Höhe AC aber etwas mehr, als die verschiedene Seigerteuffen beym Steigen und Fallen des abgezogenen Grubengebäudes betragen mögen.

3. Untersuchet, um wie viel das niedrigste Punct der Grube niedriger seye, als das Mundloch §. 213, und so viel traget von C in x.

4. So viel die erste Seigerteuffe von ab betragen, traget mehr, als Cx aus E in y, wenn die Grube steigend war, oder um so viel weniger, wenn sie fallend war, so könnet ihr die Fläche xy ziehen.

5. Eben so traget aus F in n, um wie viel die folgende Seigerteuffe mehr oder weniger war, so könnet ihr die Fläche yn ziehen, und so ferner nm, mo rc.

Durchschneidet den Pappendeckel zur Hälfte in den Linien EH, IF, KG, daß er sich biegen lasse, und pappet ihn also nach den Linien ab, bc, cd, df perpendiculair auf den auf Pappendeckel gezeichneten Grubenzug; so ist geschehen, was man verlangte.

§. 215.

Einen Berg am Tag abzuziehen, und den Zug aufs Papier zu tragen.

Da bey dem Tagzuge eben das vorkommt, was bey dem Grubenzuge §. 206 - 214 gelehret worden, so ist unnöthig, alles zu wiederholen. Denn die Oberfläche des Berges steigt und fällt, und der Zug gehet bald gegen diese, bald gegen jene Weltgegend, wie die Grube. Ist nun dieses bey einem Zuge, wie bey dem andern; so muß es auch mit dem Resolviren, Zulegen und Profil einerley Beschaffenheit haben. Nur dieses muß noch gezeiget werden, nach welcher Weltgegend eigentlich der Zug zu führen, da man ihn auf der freyen Ober-

fläche des Berges überall hinführen könnte. Es ist also zu wissen, daß man den Tagzug um deswillen vornimmt, um die Puncten auf der Oberfläche des Berges zu bestimmen, die gerad über der Grube sind. Zu dem Ende sucht man die Hauptrichtung der Grube abcdf (Tab. IX. Fig. 12), indem man von a gegen f eine Linie ziehet, und mißt mit dem Cirkeltransporteur den Winkel den sie mit ab macht, so weiß man die Weltgegend, wohin die Grube überhaupt streicht. Stecket sodann bey dem Eingang der Grube einen Stab, bindet eine Schnur daran, und ziehet sie gegen einen andern Stab dergestalt aus, daß der darangehängte Compas die Stunde weise, welche der Hauptstrich der Grube erfordert. Mit diesen zwey Stäben stecket andere in gerader Linie, und zwar so weit, als ihr vermuthet, daß die Grube unter der Erde gehe. Endlich machet den Zug nach dieser Linie, so viel euch die Ungleichheiten von Felsen, Waldungen u. dergl. erlauben. Ihr werdet aber aus dem folgenden sehen, daß es nicht viel auf sich habe, wenn man schon um einiger Hindernisse willen von dieser geraden Linie um etwas abgehen müsse. Nur müssen die Orthpfähle, nach welchen der Zug vorgenommen worden, stehen bleiben, daß man sie hernach brauchen könne.

Wenn keine Hindernisse auf denen Bergen wären, würden wir den Zug gerad über allen Puncten der Grube fortführen können, wie §. 219 gezeiget werden soll, weilen aber dieses selten möglich, so wollen wir uns dieses Mittels bedienen. Ueberhaupt ist in Acht zu nehmen, daß der Tagezug bey windstillem Wetter vorzunehmen seye, weilen der Wind weder den Gradbogen noch Compas in Ruhe lassen würde, doch kann statt letztern die Stundenscheibe gebraucht werden.

§. 216.

§. 216.

Einen Punct in dem Grubenbau an Tag zu bringen.

Weilen an Tag bringen heißt, den Punct in der Oberfläche des Berges zu bestimmen, der perpendicular über einem Punct in der Grube ist; so verfahret also (Tab IX. Fig. 16):

1. Traget den Grubenzug abcdf aufs Papier §. 208, 211, 212.

2. Von dessen Anfang a traget ebenfalls den Tagzug axyn auf das Papier §. 215.

3. Wenn nun z. E. der Perpendicularpunct über d soll gefunden werden; so lasset aus d auf die nächste gezeichnete Sohle xy des Tagezugs ein Perpendikel do fallen, und messet xo und do.

4. Sind diese Linien auf dem Berg horizontal; so dörft ihr nur auf dem Orthpfahl x in o die gemessene Linie xo tragen, und darauf das Perpendikel in der Länge od aufrichten, so ist das Punct d gefunden.

5. Wäre aber xy schief gegen den Horizont; so müßte man, um die Linie xo zu finden, nach der Regel de Tri sprechen: die Sohle xy giebt die Fläche, die man bey dem Abziehen gemessen, was giebt xo? so findet man die Weite von dem Stabe x bis an den Punct o, wo man die Perpendicularlinie aufrichten soll.

6. Wäre die Linie od ebenfalls nicht horizontal; so müßte ihr Winkel, den sie mit dem Horizont macht, durch den Gradbogen gefunden werden. Und weil die auf dem Papier gezeichnete Linie od eine Sohle ist; so müßte aus dem gegebenen Winkel und Sohle die Fläche durch die Trigonometrie, oder durch das Resolvirinstrument, gefunden werden §. 207. Nro. 1, die man aus o in d tragen müßte, um den verlangten Punct zu haben.

§. 217.

Aus diesem ist nun leicht abzunehmen:

1. Wie es anzustellen sey, wenn man einen Schacht auf ein gegebenes Punct in einer Grube angeben solle. Man darf nämlich nur das Punct finden, welches perpendiculair darüber stehet, und von dar perpendiculair hinuntergraben.

2. Eben so kann man bestimmen, wo man ein Luftloch, um Wetter einzubringen, angeben soll.

3. Kann hierdurch ausgemacht werden, ob einer nicht weiter gebauet, als er berechtiget: denn man darf nur über das Ende seiner Grube den Perpendiculairpunct suchen; so wird sichs zeigen, ob er innerhalb oder ausserhalb seiner Gerechtsame ist.

§. 218.

Einen Stollen anzulegen, und demselben die rechte Wasserrösche zu geben (Tab. IX. Fig. 17)

1. Wann das Wasser von dem Puncte A in einer Grube abzuleiten ist: so suchet den perpendiculair darüberstehenden Punct B in der Oberfläche des Berges §. 216 samt der Höhe AB §. 213.

2. Suchet nach dem Augenmaase an der Seite des Berges einen Punct D, da ihr vermuthet, daß am nächsten zur Grube A zu kommen sey, und machet von B bis D einen Tagezug, wobey ihr sowohl die Stunde zu bemerken habt, die die Richtung von B gegen D macht, als auch die Summe aller Seigerteuffen, welche die Linie BC, und die Summe aller Sohlen, welche die Linie CD ausmacht.

3 Wenn ihr AB Nro. 1 von BC Nro. 2 abziehet, habt ihr AC, und aus AC und CD könnt ihr

in

in dem rechtwinklichten Triangel den Winkel D finden, entweder durch die Trigonometrie oder durch das Resolvirinstrument §. 207. Nro. 1.

4. Grabet von D gegen A nach der Nro. 2. observirten Stunde, jedoch verkehrt, daß wenn Nro. 2. die zwölfte Mitternachtstunde bemerkt worden wäre; so müßtet ihr nach der zwölften Mittagsstunde graben, und machet, daß die Grube immer, den Nro. 3 gefundenen Winkel mit dem Horizonte mache, welches durch eine gespannte Schnur, und den darangehängten Gradbogen geschiehet; so werdet ihr den Punct A treffen, daß von da aus das Wasser gegen D laufen kann.

Man wird von selbsten einsehen, daß wenn man deu Zug von B gegen D vorgenommen, und die Summe der Seigerteuffen nicht mehr ausgemacht, als AB, man solchen weiter continuiren müsse, bis diese Summe grösser werde; ferner, wenn der Zug etwa bald fallend, bald steigend gewesen, die steigende Seigerteuffen abgezogen werden müssen; und endlich wenn der Zug nicht gerad von B nach D hätte gezogen werden können, man wie § 215 durch verschiedene Ummwege die Hauptrichtung finden müsse.

§. 219.

Einen Grubenzug auf einmal an Tag zu bringen.

1. Von dem Eingang der Grube ziehet eine Schnur, so weit es der Berg wegen seiner Ungleichheit leidet, durch den Hängcompaß in eben der Richtung gegen die Weltgegenden, welche das erste Stück der Grube hat, und observiret die Neigung dieser Schnur gegen den Horizont mit dem Gradbogen.

2. Aus der in der Grube gefundenen Sohle ab (Fig. 12), und dem durch den Gradbogen gefundenen Winkel Nro. 1 suchet die Fläche, entweder durch die Trigonometrie oder das Resolvirinstrument (§. 207 Nro. 1).

3. Messet diese gefundene Fläche an der Schnur, und lasset von dem Ende dieser Fläche die Bleyschnur auf die Fläche des Berges fallen, und stecket einen Stab ein; so ist der Punct b auf dem Berg abgesteckt.

4. Von b gegen c verfahret vollkommen wieder so, und bemerket den Punct c mit einem Stab, u. s. w. bis zu Ende.

5. Wenn aber über einer Sohle des Grubengebäudes die Oberfläche des Berges nicht in einem Strich fortgienge, sondern stieg und fiele; so müßte die Sache stückweis vorgenommen werden. Es wäre nämlich über der Sohle ab (Fig. 18) der Berg von a bis c steigend, und von c bis f fallend; so würde erstlich die Fläche von a bis c gemessen, daraus die Sohle ad gefunden, von ab abgezogen, und aus dem Rest db nebst dem Winkel die Fläche cf, wie Nro. 3, gefunden. So kann dann ein Stab in f über b gestecket, und auf solche Art bis zu Ende verfahren werden.

§. 220.

Einen Durchschlag anzugeben (T. IX. F. 19).

1. Traget beyder Gruben, aus deren einer in die andere ein Durchschlag anzugeben ist, Abzug auf das Papier nach dem verjüngten Maasstab nebeneinander, als den einen abcdf, den andern mnpo.

2. Ziehet

2. Ziehet an dem Orte, wo ihr den Durchſchlag haben wollet, die Queerlinie xy; ſo könnet ihr den Winkel nach Stunden bey x oder y auf dem Papier meſſen, den der Durchſchlag mit cd oder np macht, nebſt denen Puncten cx und ny, wo er hinein- und herausgehen ſolle.

3. Suchet um wie viel x höher oder niedriger liegt, als der Eingang a; ingleichem um wie viel y höher oder niedriger liegt, als m (§. 213), wie nicht weniger, um wie viel a höher oder niedriger liege, als der andere Eingang m; ſo könnet ihr finden, um wie viel die beyden Puncte x und y in der Höhe von einander unterſchieden ſind, wodurch ihr in dem Triangel hrk die Linie hr habt (Fig. 20).

4. Aus der Linie hr und rk, die gleich iſt der Linie xy, könnet ihr den Winkel hkr finden, nach welchem ihr den Durchſchlag, in Abſicht der Neigung gegen den Horizont graben könnet. Und iſt faſt einerley zu bemerken, was §. 216.

§. 221.

Einem eine Fundgrube, Wehr, Lehen ꝛc. vermeſſen.

Es iſt weiter nichts nöthig, als daß ein gerader Tagzug gemacht werde, deſſen Sohlen zuſammengenommen, die Länge der Fundgrube, Wehrs, Lehns ꝛc. ausmachen. Und auf eine gleiche Art muß unter einem rechten Winkel die Breite abgeſteckt, und mit Orthpfählen oder Lochſteinen bezeichnet werden; ſo iſt geſcheſchehen, was man verlangt.

* * *

Bericht an den Buchbinder wegen der Kupfer.

Die Kupfer werden zusammen und hintereinander dergestalt an das Ende des Buchs angebunden, daß man jedes Kupfer vor den Text herausziehen kann. Sie sind auch im Abdrucken so geordnet, daß der Buchbinder die halbe Kupferbögen nur in quarto falsen darf; da denn die Tafeln in ihrer richtigen Ordnung nach einander folgen.

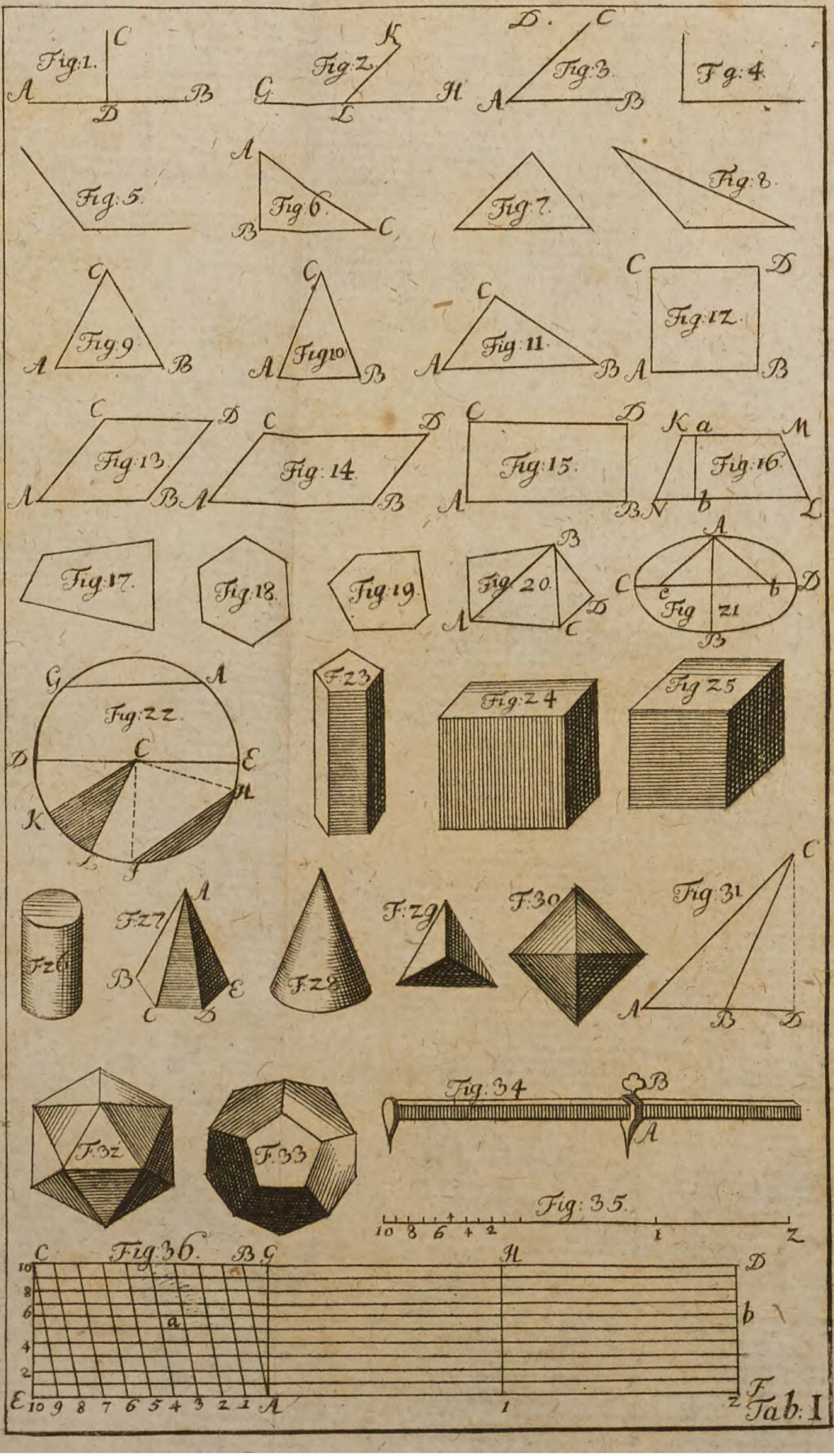


Fig:1.
Fig:2.
Fig:3.
Fg:4.
Fig:5.
Fig:6.
Fig:7.
Fig:8.
Fig:9.
Fig10
Fig:11.
Fig:12.
Fig:13.
Fig:14.
Fig:15.
Fig:16.
Fig:17.
Fig:18.
Fig:19.
Fig 20.
Fig 21
Fig:22.
F:23
Fig:24
Fig 25
Fz6
F:27
F:28
F:29
F:30
Fig:31.
F:32.
F:33
Fig:34
Fig:35.
Fig:36.
Tab: I

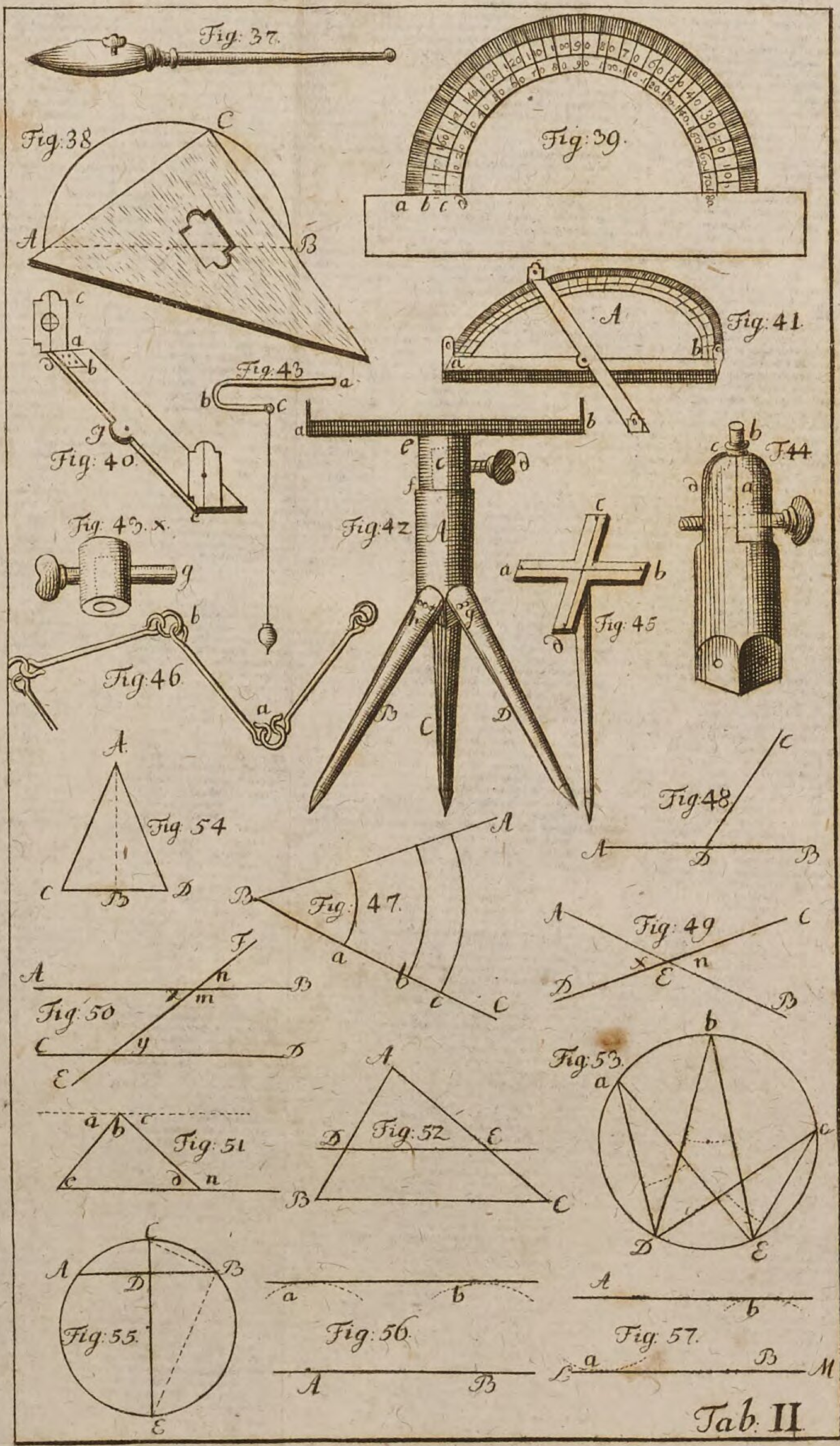


Fig: 37.
Fig: 38
Fig: 39.
Fig: 40.
Fig: 41.
Fig: 42
Fig: 43
Fig: 43. x.
F. 44
Fig: 45
Fig: 46
Fig: 47.
Fig: 48
Fig: 49
Fig: 50
Fig: 51
Fig: 52
Fig: 53.
Fig: 54
Fig: 55.
Fig: 56.
Fig: 57.
Tab: II.

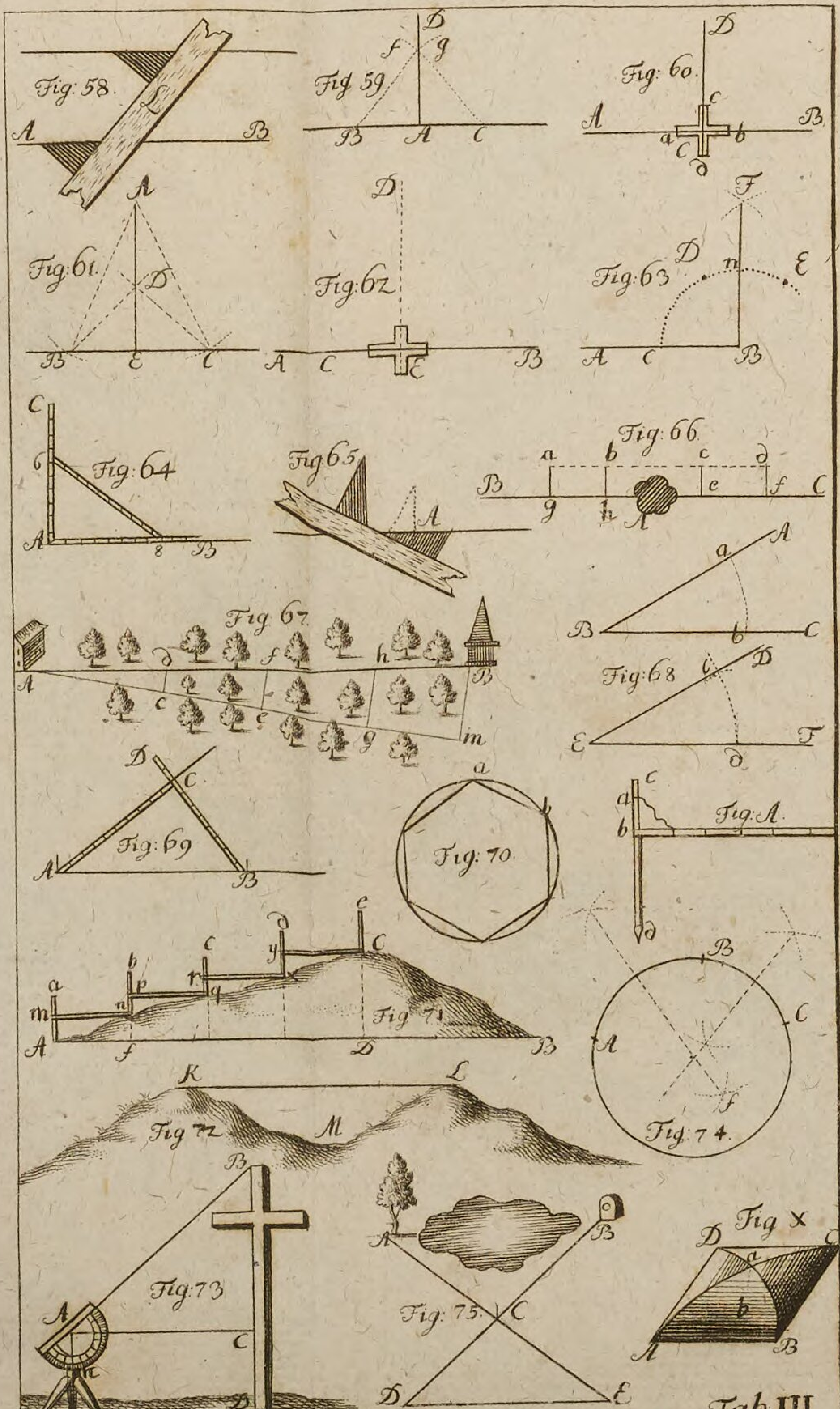
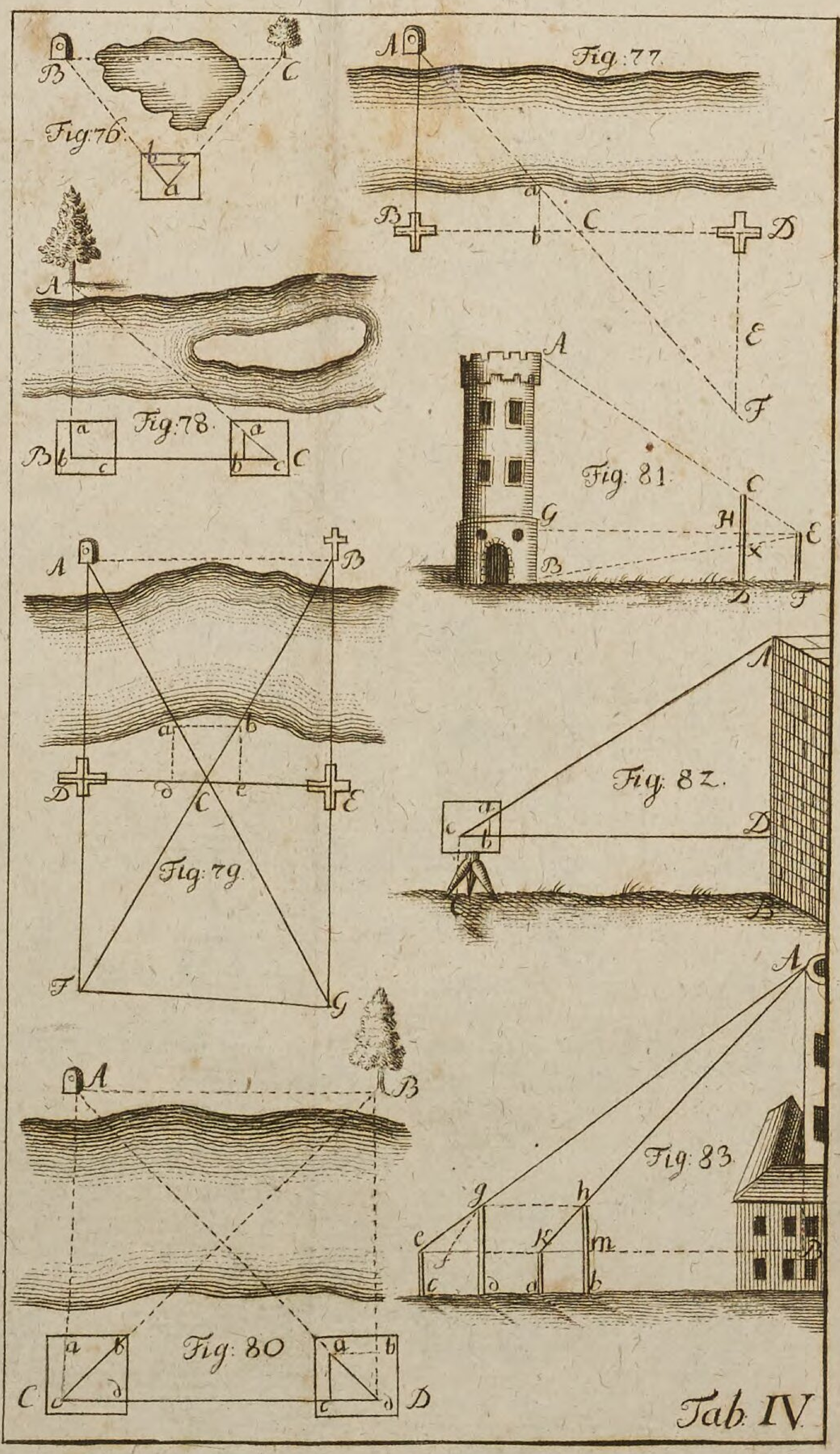


Fig: 58.
Fig 59
Fig: 60.
Fig: 61.
Fig: 62
Fig: 63
Fig: 64
Fig 65
Fig: 66
Fig 67
Fig: 68
Fig: 69
Fig: 70
Fig: A
Fig 71
Fig 72
Fig: 73
Fig: 74.
Fig: 75.
Fig X

Tab. III



Tab. IV.

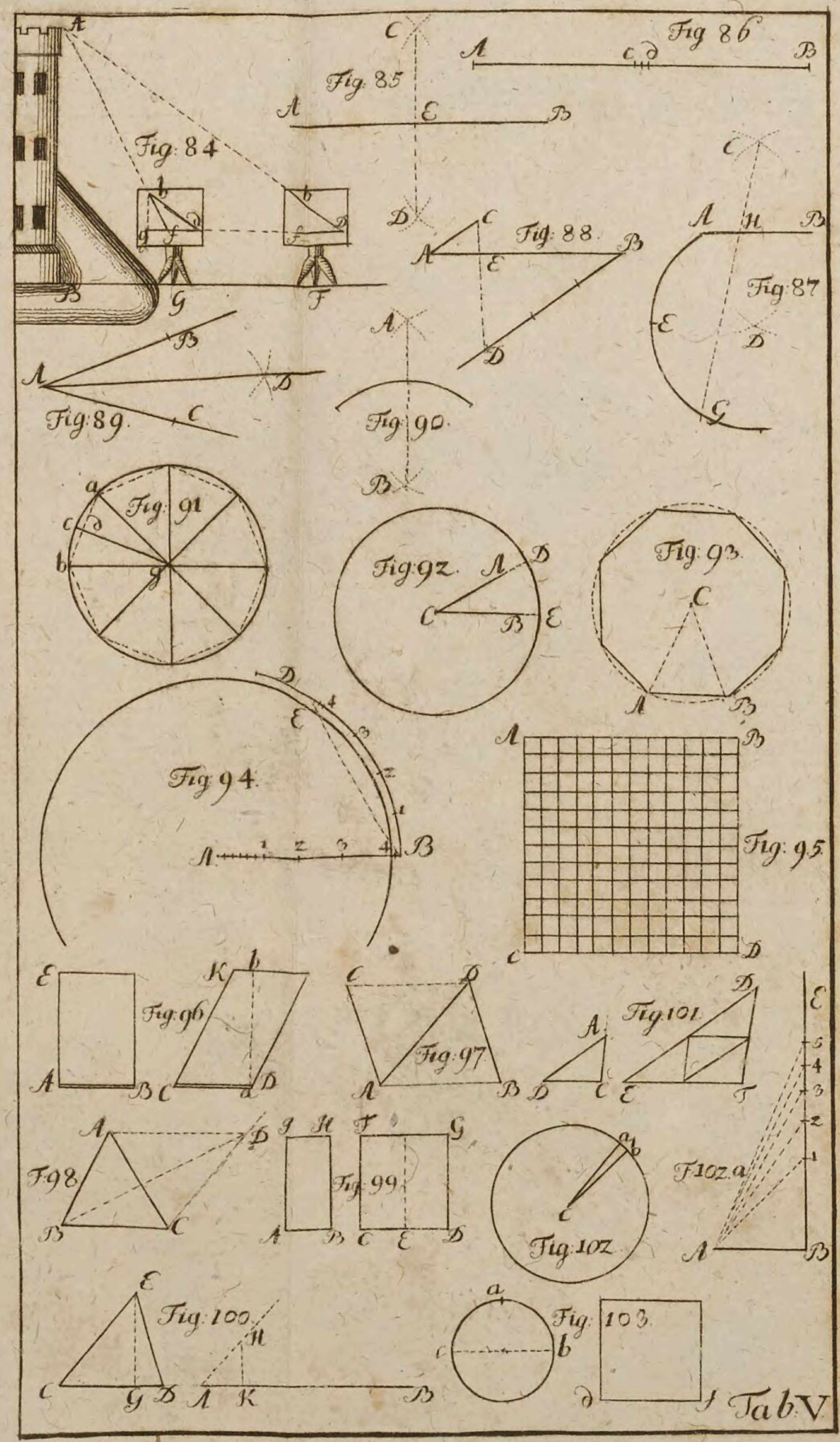
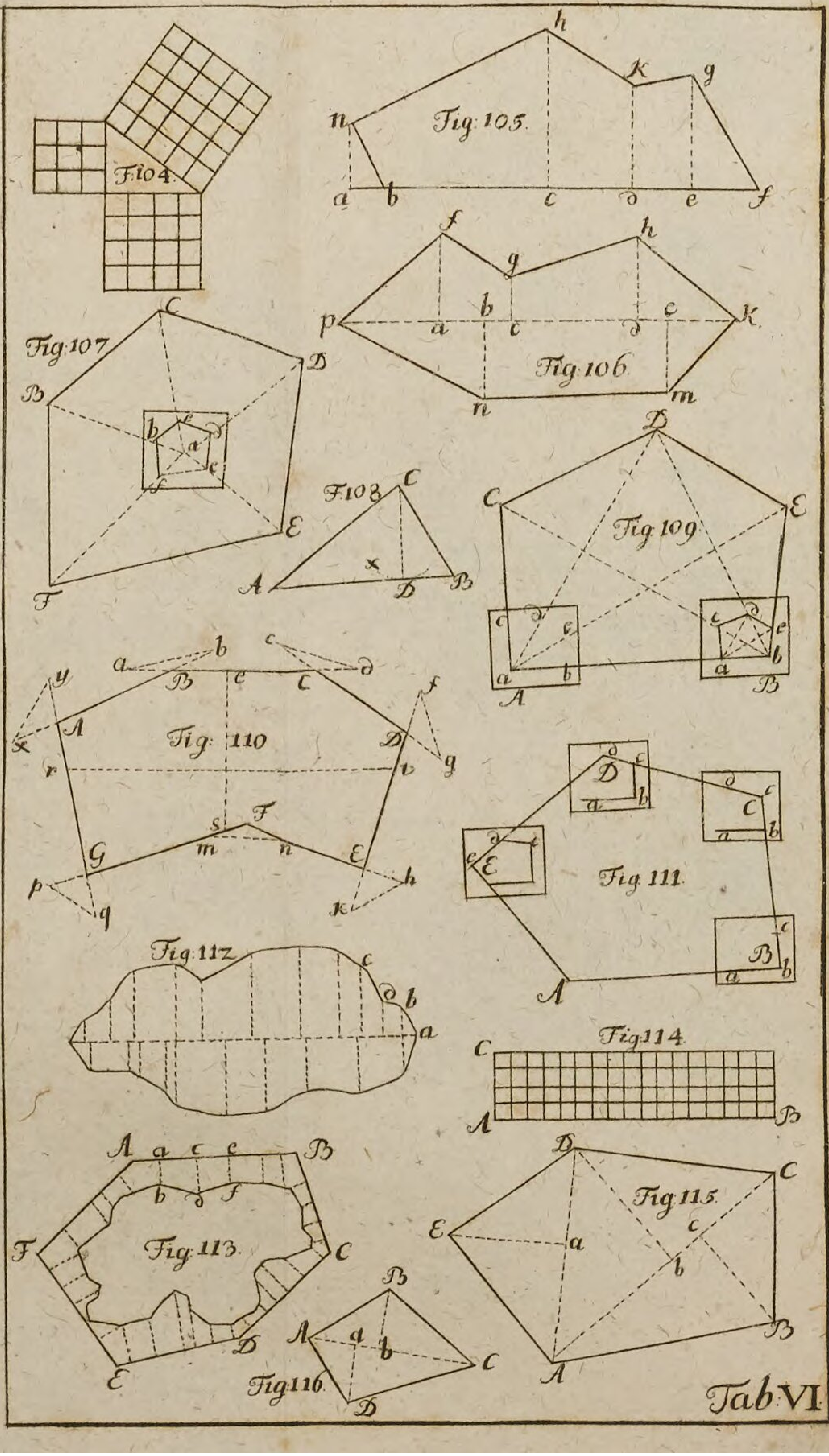


Fig: 84
Fig: 85
Fig 86
Fig: 87
Fig: 88.
Fig: 89.
Fig: 90.
Fig: 91
Fig: 92.
Fig: 93.
Fig: 94.
Fig: 95.
Fig: 96
Fig: 97
F: 98
Fig: 99
Fig: 100.
Fig. 101.
Fig: 102.
F. 102. a
Fig: 103.
Tab. V.


F:104.
Fig: 105.
Fig: 106.
Fig: 107
F:108
Fig: 109
Fig: 110
Fig: 111.
Fig: 112
Fig: 113.
Fig: 114.
Fig: 115.
Fig: 116.
Tab: VI.

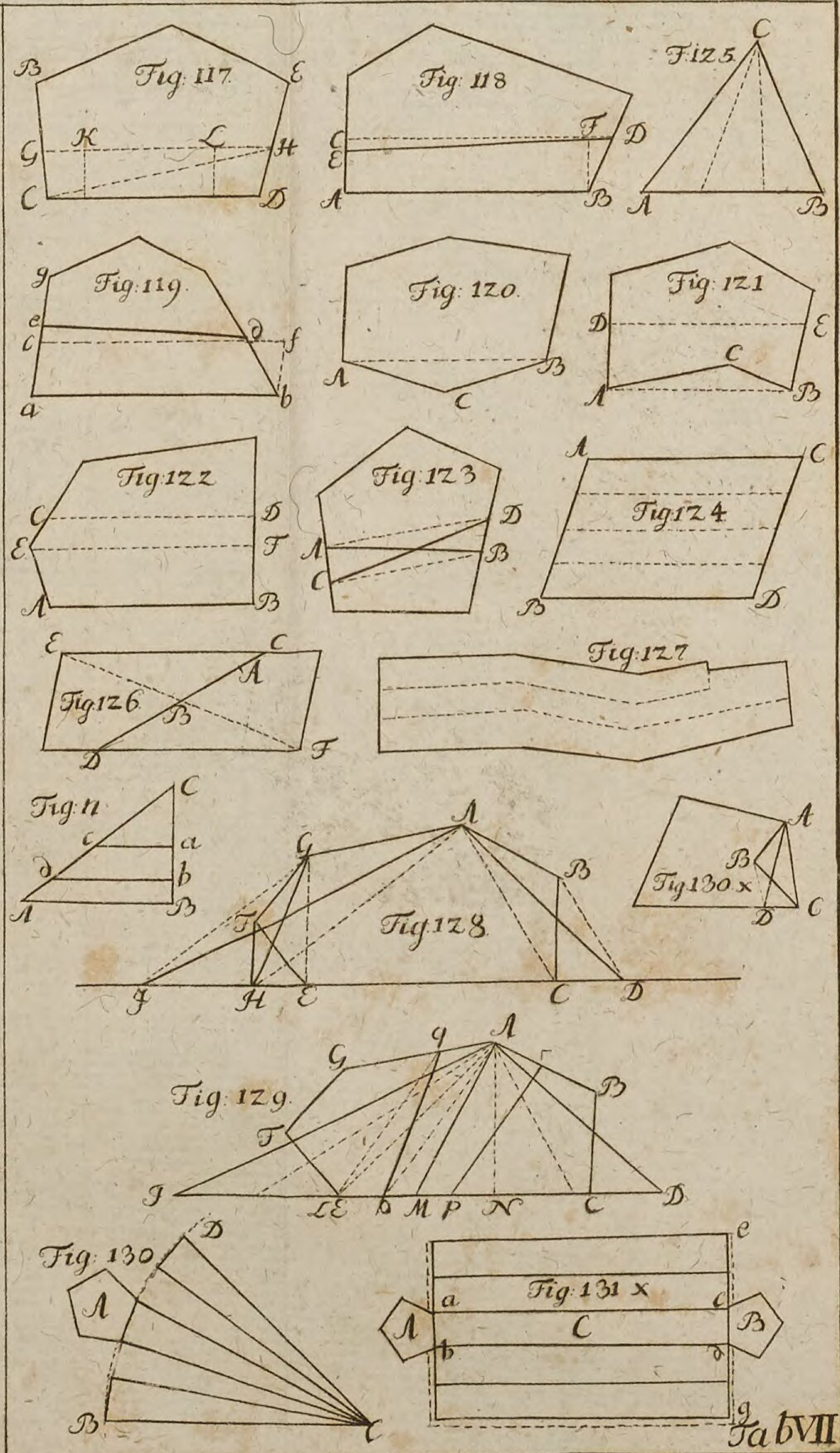


Fig: 117
B E G K L H C D
Fig: 118
C E F D A B
F.125.
C A B
Fig: 119.
g e d c f a b
Fig: 120.
A B C
Fig: 121
D E C A B
Fig: 122
C D E F A B
Fig: 123
D A B C
Fig: 124
A C B D
Fig: 126.
E C A B D F
Fig: 127
Fig: 11
C c a d b A B
Fig: 128.
A G B F J H E C D
Fig: 130.x
A B D C
Fig: 129.
q A G B F J L E b M P N C D
Fig: 130
D A B C
Fig: 131 x
e a c A C B b d g
Tab VII

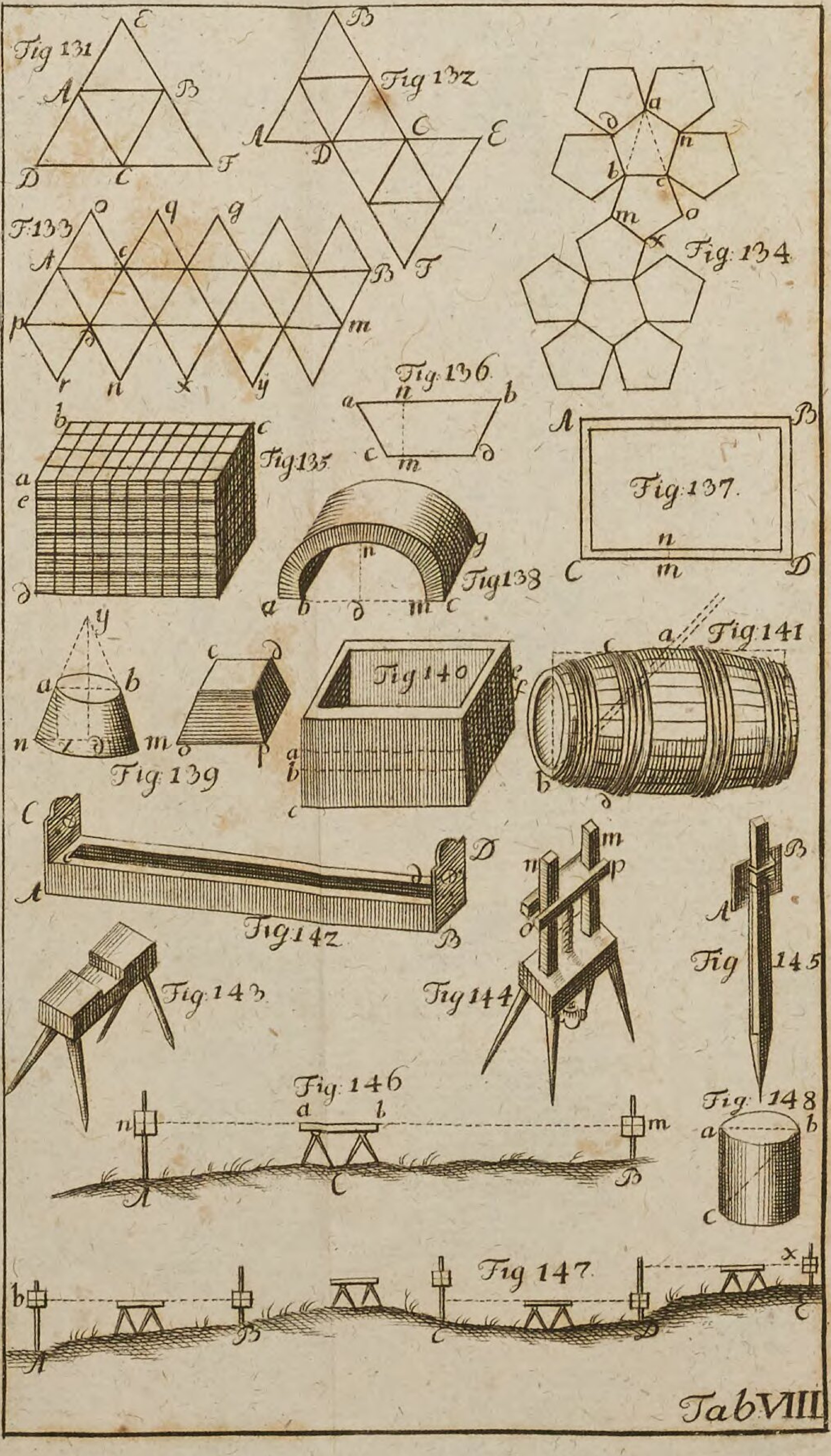


Fig 131
Fig 132
F:133
Fig: 134
Fig:135
Fig: 136
Fig: 137.
Fig138
Fig: 139
Fig 140
Fig: 141
Fig:142
Fig: 143
Fig 144
Fig 145
Fig: 146
Fig 147
Fig: 148
Tab VIII

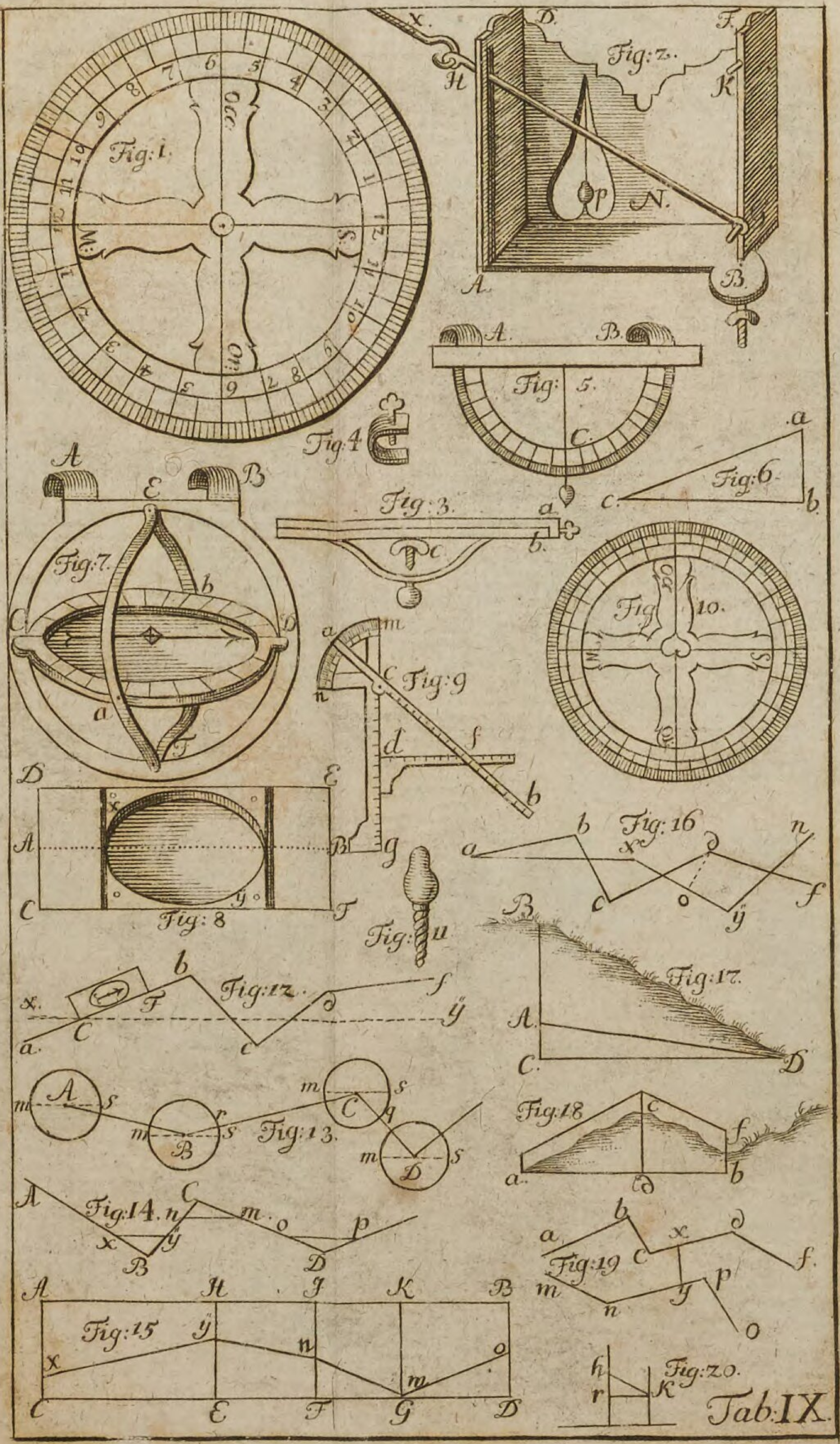


Fig:1.
Fig:2.
Fig:3.
Fig:4
Fig:5.
Fig:6.
Fig:7.
Fig:8
Fig:9
Fig:10.
Fig:11
Fig:12.
Fig:13.
Fig:14.
Fig:15
Fig:16
Fig:17.
Fig:18
Fig:19
Fig:20.
Tab:IX.

Math
Stigler

K

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MIDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Maler, Jakob Friedrich, / Kästner, Abraham Gotthelf, / Macklot, Johann Michael,

Jacob Friedrich Malers ... Geometrie und Markscheidekunst mit 9 Kupfertafeln

Carlsruhe 1767

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- Math 848#(Beibd.
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11267723-0
VD18 10541659-004